Nome: ______________________________ N.º: __________

Endereço: ______________________________ Data: __________

Telefone: ______________ *E-mail:* ______________________________

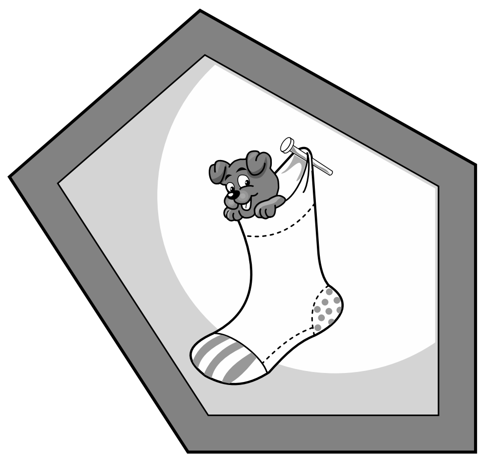
Colégio OBJETIVO

PARA QUEM CURSA A 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO EM 2016

Disciplina: MATEMÁTICA	Prova: DESAFIO	NOTA:

QUESTÃO 16

A moldura de um quadro de um excêntrico pintor moderno é formada por 5 trapézios, todos com altura igual a 5 cm.



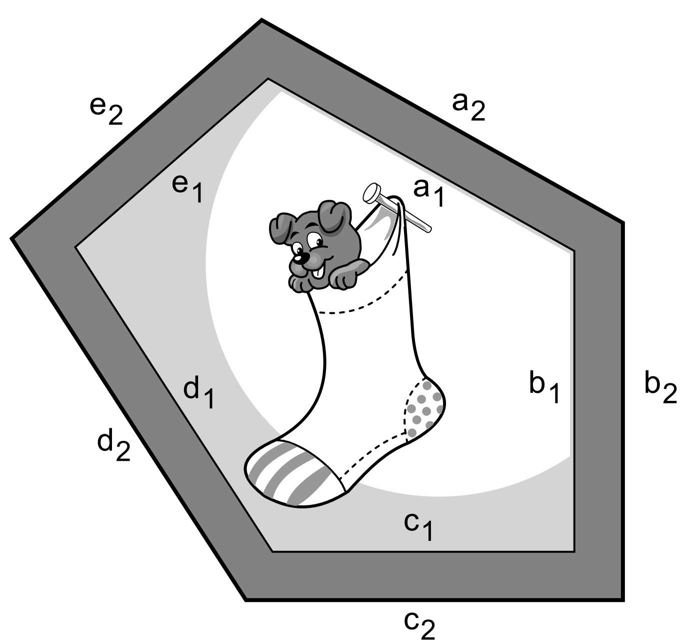
A soma dos perímetros dos dois pentágonos, o interno e o externo, que delimitam a moldura é 380 cm.

A área dessa moldura, em decímetros quadrados, é:

a) 102 b) 10,2 c) 9,5 d) 8 e) 1,02

RESOLUÇÃO

Se a_1, b_1, c_1, d_1, e_1 forem as medidas das bases menores dos trapézios, a_2, b_2, c_2, d_2, e_2, as medidas das correspondentes bases maiores, todos com altura igual a 5 cm, então, a área S da moldura, em centímetros quadrados, será:



$$S = \left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right) . 5 + \left(\frac{b_1 + b_2}{2}\right) . 5 + \left(\frac{c_1 + c_2}{2}\right) .5 + \left(\frac{d_1 + d_2}{2}\right) .5 + \left(\frac{e_1 + e_2}{2}\right) .5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{a_1 + b_1 + c_1 + d_1 + e_1 + a_2 + b_2 + c_2 + d_2 + e_2}{2} . 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{380}{2} . 5 \Leftrightarrow S = 950$$

Assim sendo, $950\ cm^2 = 9{,}5\ dm^2$

Resposta: C

QUESTÃO 17

Ao simplificar a expressão $\dfrac{15^{30}}{45^{15}}$, obteremos:

a) 5^{15} b) 3^{15} c) 1 d) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^2$ e) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{15}$

RESOLUÇÃO

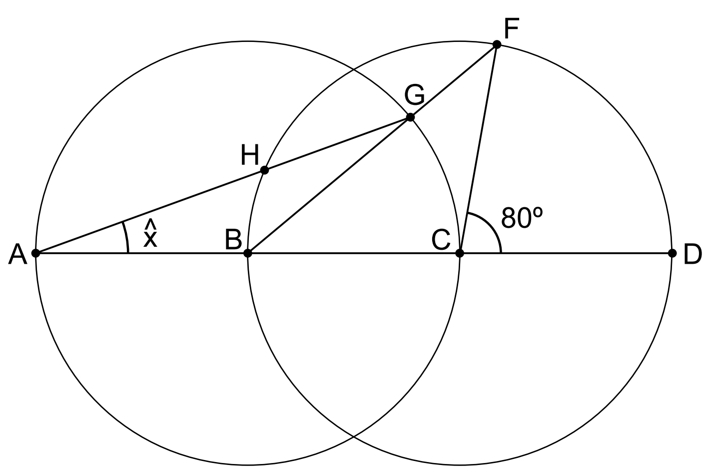
Simplificando a expressão dada teremos que:

$$\frac{15^{30}}{45^{15}} = \frac{3^{30} . 5^{30}}{3^{15} . 3^{15} . 5^{15}} = \frac{\cancel{3^{30}} . 5^{30}}{\cancel{3^{30}} . 5^{15}} = 5^{30} : 5^{15} = 5^{15}$$

Resposta: A

QUESTÃO 18

Sabendo que B e C são os centros das circunferências, qual a medida do ângulo $\hat{x}$?



a) 15° b) 18° c) 20° d) 30° e) 40°

RESOLUÇÃO

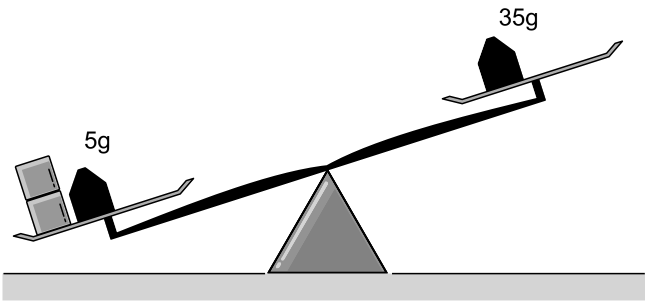
O ângulo $F\hat{B}D$ está inscrito na circunfência de centro C, portanto é a metade do ângulo central, assim med($F\hat{B}D$) = 80° : 2 = 40°.

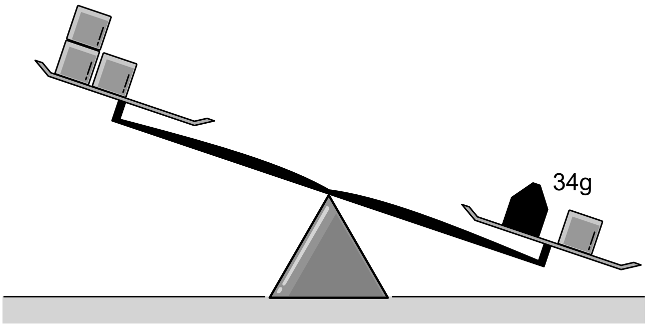
Na circunferência de centro B o ângulo $G\hat{B}C$ (que é o mesmo ângulo $F\hat{B}D$) é ângulo central e o ângulo $G\hat{A}C$ é ângulo inscrito, assim med($G\hat{A}C$) = med $\hat{x}$ = 40° : 2 = 20°.

Portanto o ângulo x mede 20°.

Resposta: C

QUESTÃO 19





Nas caixas, foram colocada a mesma quantidade de bolinhas, cada uma com 1 grama. Observando as duas balanças, com algumas caixas e "pesos" concluímos que dentro de cada caixa foram colocadas

a) menos de 8 bolinhas.
b) entre 10 e 15 bolinhas.
c) exatamente 20 bolinhas.
d) entre 15 e 20 bolinhas.
e) somente 9 bolinhas.

RESOLUÇÃO

Se x for o número de bolinhas de cada caixa então:

$2x + 5 > 35$ e $3x < 34 + x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x > 30$ e $2x < 34 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x > 15$ e $x < 17 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 16$

Resposta: D

QUESTÃO 20

No ano passado a minha idade era o dobro da idade que eu tinha há 17 anos. Qual é a minha idade?

a) 31 anos
b) 33 anos
c) 34 anos
d) 35 anos
e) 37 anos

RESOLUÇÃO

Utilizando a incógnita x para representar a idade atual de quem fala temos:
– minha idade no ano passado: $x - 1$
– idade que eu tinha há 17 anos: $x - 17$
– o dobro da idade que eu tinha há 17 anos: $2 \cdot (x - 17)$.

Assim teremos a equação:

$$x - 1 = 2(x - 17) \Leftrightarrow x - 1 = 2x - 34 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x - 2x = -34 + 1 \Leftrightarrow -x = -33 \Leftrightarrow x = 33$$

Minha idade é de 33 anos.

Resposta: B

QUESTÃO 21

Ao dividir um número natural, e não nulo, **n** por 17, obtém-se um resto, não nulo, igual ao quádruplo do quociente. A soma de todos os possíveis valores de **n** é:

a) 140
b) 200
c) 210
d) 300
e) 360

RESOLUÇÃO

Se $q \in \mathbb{N}^*$ for o quociente da divisão de n por 17, então:

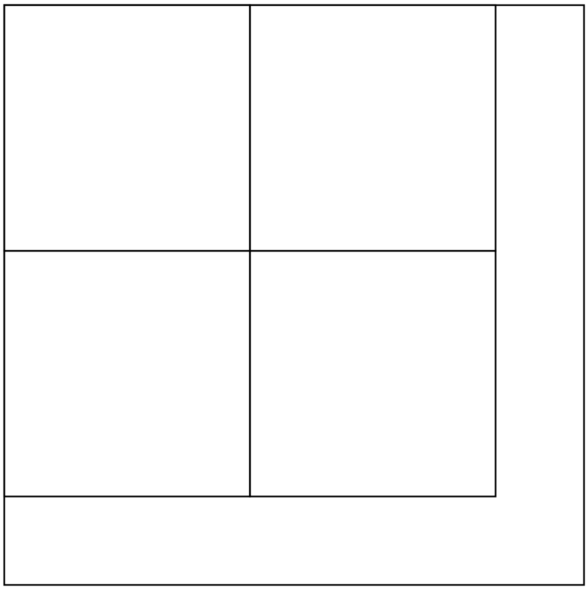
$$\begin{array}{l|l} n & 17 \\ \hline 4q & q \end{array} \Rightarrow \begin{cases} n = 17q + 4q \\ 4q < 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 21q \\ q \in \{1, 2, 3, 4\} \end{cases} \Rightarrow n = 21, \text{ ou } n = 42, \text{ ou } n = 63, \text{ ou } n = 84.$$

A soma dos possíveis valores de n é, portanto, 21 + 42 + 63 + 84 = 210

Resposta: C

QUESTÃO 22

Um quadrado de área igual a 125 cm^2 foi dividido em cinco partes de mesma área (quatro quadrados e uma figura em forma de L) de acordo com a figura.



O comprimento do lado menor da figura em forma de L é:

a) 1 cm

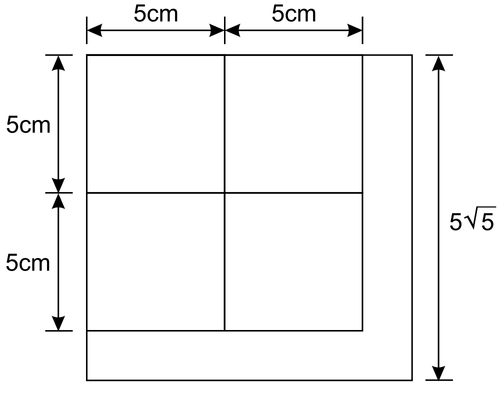
b) 10 cm

c) $2(\sqrt{5} - 2)$ cm

d) $3(\sqrt{5} - 1)$ cm

e) $5(\sqrt{5} - 2)$ cm

RESOLUÇÃO



Inicialmente tinhamos um quadrado de área 125 cm^2, cujo lado é igual a:

$\ell = \sqrt{125} \Rightarrow \ell = 5\sqrt{5}$ **cm.**

Como o quadrado foi dividido em 5 partes iguais com a mesma área cada parte tem 25 cm^2 de área. Portanto, o lado de cada quadrado menor é igual a:

$\ell = \sqrt{25} \Rightarrow \ell = 5$ **cm.**

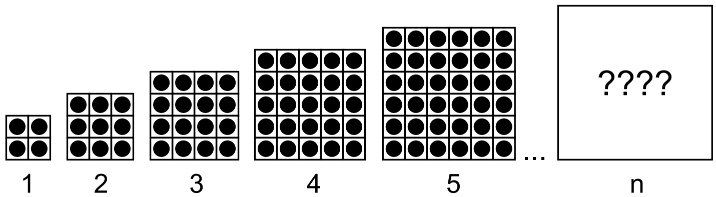
Logo, o comprimento do menor lado da região em forma de L é igual a:

$(5\sqrt{5} - 10)$ **cm** $= 5(\sqrt{5} - 2)$ **cm**

Resposta: E

QUESTÃO 23

As figuras a seguir representam caixas numeradas de 1 a n, contendo bolinhas, em que a quantidade de bolinhas em cada caixa varia em função do número dessa caixa.



A observação das figuras permite concluir que o número de bolinhas da enésima caixa é dado pela expressão.

a) n^2
b) $(n - 1)^2$
c) $(n + 1)^2$
d) $n^2 + 1$
e) n^3

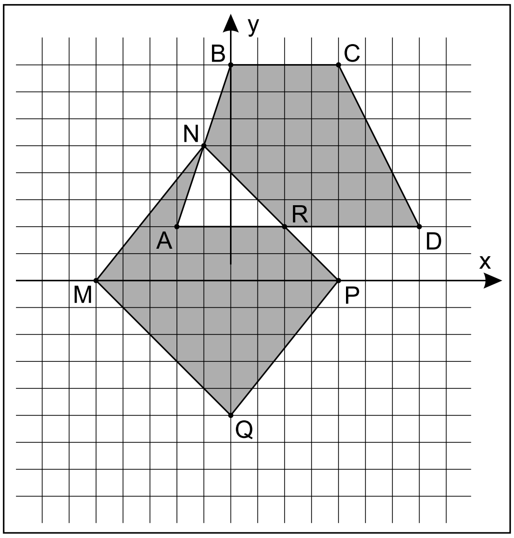
RESOLUÇÃO
Associando cada caixa a quantidade de bolinhas contidas nelas temos:

Caixas	**Número de bolinhas**	**Representação na forma de potência**
1	**4**	$\mathbf{2^2}$
2	**9**	$\mathbf{3^2}$
3	**16**	$\mathbf{4^2}$
4	**25**	$\mathbf{5^2}$
5	**36**	$\mathbf{6^2}$
⋮	⋮	⋮
n	**.**	$\mathbf{(n + 1)^2}$

Resposta: C

QUESTÃO 24

O trapézio ABCD e o paralelogramo MNPQ estão representados no plano cartesiano, cuja malha quadriculada é formada por "quadradinhos" de 1 cm de lado. A área ocupada pela figura escurecida é:



a) 0,72 dm^2 b) 780 cm^2 c) 0,072 cm^2 d) 720 mm^2 e) 0,78 cm^2

RESOLUÇÃO

Em cm^2;

A área do trapézio ABCD é: $\dfrac{(9 + 4) \cdot 6}{2} = 39$

A área do triângulo ANR é: $\dfrac{4 \cdot 3}{2} = \dfrac{12}{2} = 6$

A área do triângulo NMP é: $\dfrac{9 \cdot 5}{2} = 22{,}5$

A área do triângulo MPQ é: $\dfrac{9 \cdot 5}{2} = 22{,}5$

A área do paralelogramo MNPQ é: 22,5 + 22,5 = 45
Assim, a área da região hachurada é a:
Área do paralelogramo MNPQ + Área do trapézio ABCD – 2 . Área do triângulo ANR = 45 cm^2 + 39 cm^2 – 2 . 6 cm^2 = 72 cm^2 = 0,72 dm^2.

Resposta: A

QUESTÃO 25

No planeta POT, o número de horas por dia é igual ao número de dias por semana, que é igual ao número de semanas por mês, que é igual ao número de meses por ano. Sabendo que em POT há 4096 horas por ano, quantas semanas há em um mês?

a) 8 b) 12 c) 64 d) 128 e) 256

RESOLUÇÃO

Supondo que x seja o número de horas por dia, então x também é o número de dias por semana, o número de semanas por mês e o número de meses por ano. Logo, o número de horas por ano é

$x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4 = 4096 \Leftrightarrow x^4 = 4096 \Leftrightarrow x^4 = 2^{12} \Leftrightarrow x^4 = (2^3)^4 \Leftrightarrow x = 2^3 = 8$, pois $x > 0$.

Portanto, o número de semanas por mês é 8.

Resposta: A

QUESTÃO 26

(OBM) – No planeta Z todos os habitantes possuem 3 pernas e cada carro possui 5 rodas Em uma pequena cidade desse planeta, existem ao todo 97 pernas e rodas. Então podemos afirmar:

a) É possível que existam 19 carros nessa cidade.
b) Existem no máximo 16 carros nessa cidade.
c) Essa cidade tem 9 habitantes e 14 carros.
d) Essa cidade possui no máximo 17 carros.
e) Nessa cidade existem mais carros do que pessoas.

RESOLUÇÃO

Sejam p e c respectivamente o número de pessoas e carros nesta cidade, com p e q naturais.

Como cada pessoa tem 3 pernas e cada carro 5 rodas, devemos ter: $3p + 5c = 97$

Esta equação possui várias soluções. Veja na tabela abaixo algumas soluções.

Pessoas (p)	Carro (c)	3p + 5c = 97
4	17	$3 \cdot 4 + 5 \cdot 17 = 97$
9	14	$3 \cdot 9 + 5 \cdot 14 = 97$
14	11	$3 \cdot 14 + 5 \cdot 11 = 97$
⋮	⋮	⋮
29	2	$3 \cdot 29 + 5 \cdot 2 = 97$
34	–1	$3 \cdot 34 + 5 \cdot (-1) = 97$ (não serve)

Assim, não é possível existir 19 carros, pois no máximo são 17. A cidade pode ter 9 habitantes e 14 carros, porém não é necessário ter estas quantidades.

Desta forma, somente a alternativa d é correta.

Resposta: D

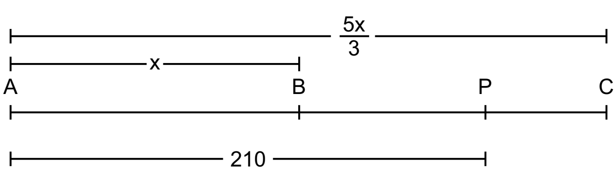
QUESTÃO 27

(FUVEST) – Três cidades A, B e C situam-se ao longo de uma estrada reta; B situa-se entre A e C e a distância de B a C é igual a dois terços da distância de A e B. Um encontro foi marcado por 3 moradores, um de cada cidade, em um ponto P da estrada, localizado entre as cidades B e C e à distância de 210 km de A. Sabendo-se que P está 20 km mais próximo de C do que de B, determinar a distância que o morador de B deverá percorrer até o ponto de encontro.

a) 60 km
b) 80 km
c) 100 km
d) 120 km
e) 150 km

RESOLUÇÃO

Seja x a distância, em km, entre A e B. Assim, a distância entre B e C é $\frac{2}{3}$ x e a distância entre A e C é x + $\frac{2}{3}$ x = $\frac{5x}{3}$, conforme mostra a figura a seguir:



Como a distância entre P e B é 210 – x e entre P e C é $\frac{5x}{3}$ – 210, temos:

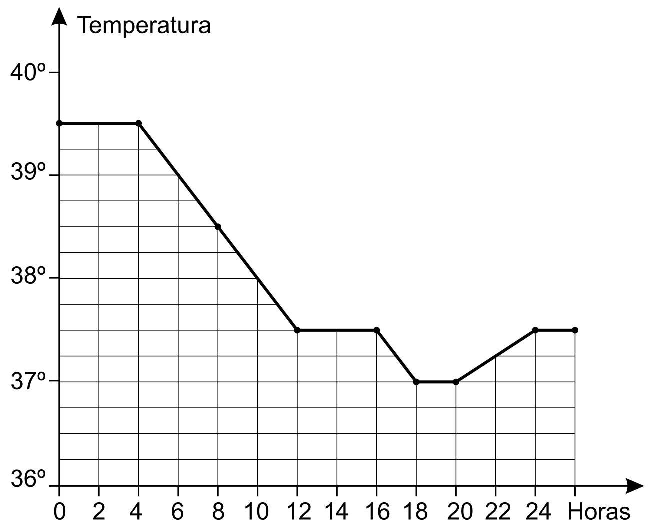
$$\frac{5x}{3} - 210 = (210 - x) - 20 \Leftrightarrow x = 150 \text{ km}$$

A distância que o morador de B deve percorrer é igual à distância entre P e B, ou seja, 210 – 150 = 60 km.

Resposta: A

QUESTÃO 28

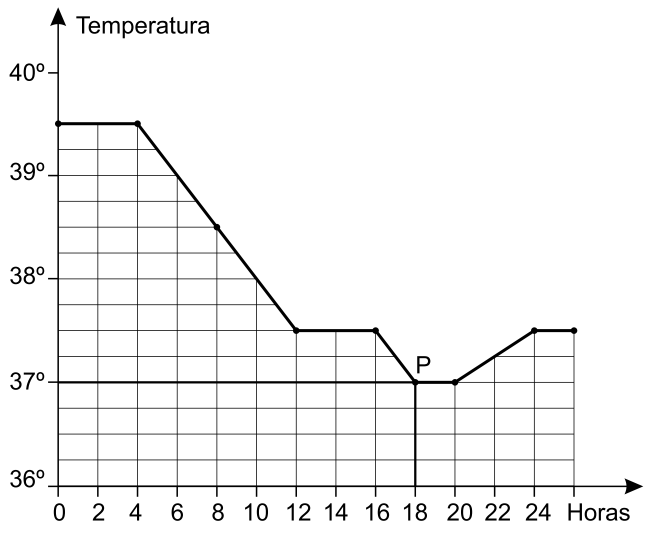
O gráfico mostra a evolução da temperatura de um paciente com febre, logo após submeter-se a um tratamento médico, medida de hora em hora, num hospital.



O número mínimo de segundos de tratamento para que a temperatura caia para 37°C é:

a) 54.600 s
b) 32.400 s
c) 64.800 s
d) 1.080 s
e) 80.000 s

RESOLUÇÃO



Observando o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas, o ponto P (18, 37) representa a coordenada cartesiana de P, onde a temperatura atinge o valor mínimo pela primeira vez. Portanto, depois de 18 horas de internação, a temperatura caiu para 37°C.
Como
1 hora = 60 min = 3.600 s,
18 h = 1.080 min = 1080 . 60 s = 64.800 s
Resposta: C

QUESTÃO 29

A soma dos dois algarismos de um número é 8. Trocando-se a ordem desses algarismos, obtém-se outro número que é 36 unidades a mais que o primeiro. Um dos algarismos do primeiro número é:

a) 7 b) 6 c) 4 d) 3 e) 1

RESOLUÇÃO

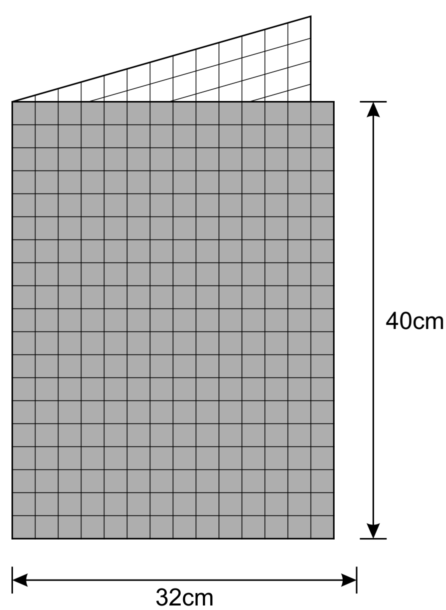
Indicando por *d* o algarismo das dezenas e por *u* o algarismo das unidades, o número será 10d + u. Trocando a ordem dos algarismos, obtemos o número 10u + d. Então:

$$\begin{cases} u + d = 8 \\ 10u + d = 10d + u + 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + d = 8 \\ 9u - 9d = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + d = 8 \\ u - d = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + d = 8 \\ u = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 6 \\ d = 2 \end{cases}$$

Resposta: B

QUESTÃO 30

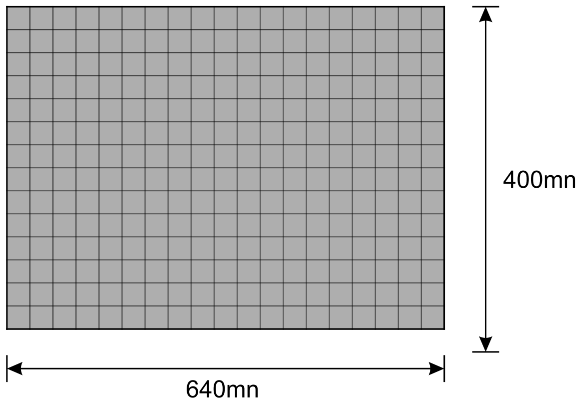
Para trabalhar com gráficos, minha professora de matemática pediu que levássemos para a escola uma folha de papel quadriculado, que, dobrada ao meio, tem dimensões iguais a 32 cm e 40 cm, como a que está exposta abaixo. Se cada quadradinho tem 5 mm de lado, o número total de quadradinhos inteiros que esta folha tem, considerando a frente e o verso dela, e desconsiderando a espessura das linhas, é:



a) 21 620
b) 20 480
c) 18 080
d) 10 800
e) 10 080

RESOLUÇÃO

As dimensões da folha aberta são 64 cm (640 mn) por 40 cm (400 mn)



É possível dividir cada lado da folha em 128 colunas, pois $\frac{640}{5}$ = 128 e 80 linhas, pois $\frac{400}{5}$ = 80.

Assim, considerando frente e verso, exitem 2 x 128 x 80 = 20 480 quadradinhos

Resposta: B