Nome: ______________________________ Nº: __________

Endereço: ______________________________ Data: __________

Telefone: ______________ *E-mail:* ______________________________

PARA QUEM CURSA A 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO EM 2018

Colégio OBJETIVO

Disciplina: MATEMÁTICA	Prova: DESAFIO	NOTA:

QUESTÃO 16

(OBM-ADAPTADO) – Quais dos números abaixo são maiores que 10?

$$3\sqrt{11}\ ,\ 4\sqrt{7}\ ,\ 5\sqrt{5}\ ,\ 6\sqrt{3}\ ,\ 7\sqrt{2}$$

a) $3\sqrt{11}$, $5\sqrt{5}$ e $6\sqrt{3}$.

b) $4\sqrt{7}$, $5\sqrt{5}$ e $6\sqrt{3}$.

c) $3\sqrt{11}$, $6\sqrt{3}$ e $7\sqrt{2}$.

d) $5\sqrt{5}$, $6\sqrt{3}$ e $7\sqrt{2}$.

e) $4\sqrt{7}$, $6\sqrt{3}$ e $7\sqrt{2}$.

RESOLUÇÃO

Sendo 10 igual a $\sqrt{100}$, temos que:

(F) $3\sqrt{11} = \sqrt{3^2.11} = \sqrt{99} < 10$

(V) $4\sqrt{7} = \sqrt{4^2.\ 7} = \sqrt{112} > 10$

(V) $5\sqrt{5} = \sqrt{5^2\ .\ 5} = \sqrt{125} > 10$

(V) $6\sqrt{3} = \sqrt{6^2\ .\ 3} = \sqrt{108} > 10$

(F) $7\sqrt{2} = \sqrt{7^2\ .\ 2} = \sqrt{98} < 10$

Assim, são maiores que 10 os números $4\sqrt{7}$, $5\sqrt{5}$ e $6\sqrt{3}$

Resposta: B

QUESTÃO 17

Um dicionário possui 14cm de espessura sem capa. Sabe-se que cada folha possui $2 \cdot 10^{-1}$mm de espessura. O nº de páginas do dicionário é:

a) $7 \cdot 10^2$

b) $14 \cdot 10$

c) $1,4 \cdot 10^3$

d) $3,5 \cdot 10^2$

e) $2,8 \cdot 10^3$

RESOLUÇÃO

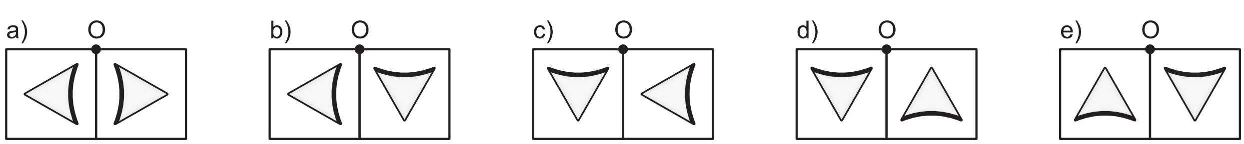
Sendo *n* o nº de folhas e 14cm = 140mm = (14 . 10)mm, temos que:

$$\mathbf{n = \frac{(14 \cdot 10)mm}{(2 \cdot 10^{-1})mm} = 7 \cdot 10 \cdot 10 = 700}$$

Assim, o número de páginas é:
700 . 2 = 1400 = 1,4 . 103
Resposta: C

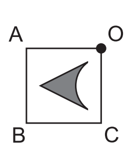
QUESTÃO 18

A piscina da casa de Roberto vai ser decorada com azulejos. Em cada uma das 5 figuras que seguem, estão representados dois azulejos.
Em qual delas o azulejo da direita é imagem do azulejo da esquerda, por meio de uma rotação, com centro no ponto O, de amplitude 90°, no sentido anti-horário (sentido contrário ao dos ponteiros do relógio)?

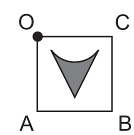


RESOLUÇÃO

I) Figura da esquerda:



II) Figura da direita após giro de 90° no sentido anti-horário:



Resposta: B

QUESTÃO 19

Sabendo-se que x é um número inteiro, o valor de x na igualdade $x = 729^{\frac{1}{6}}$ é:

a) um número par

b) um número quadrado perfeito

c) um número ímpar que não é primo

d) um número ímpar e primo ao mesmo tempo

e) um número irracional

RESOLUÇÃO

Se $x = 729^{\frac{1}{6}}$, então:

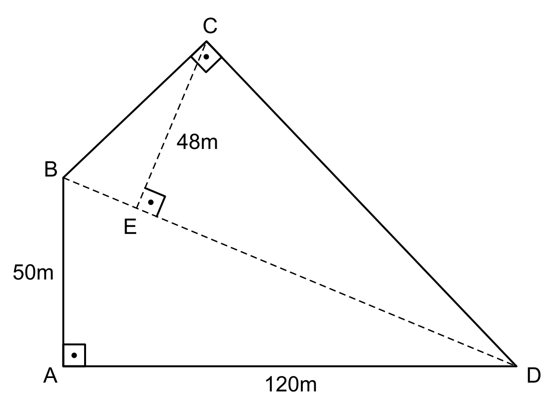
$x = \sqrt[6]{729}$. Assim:

$\sqrt[6]{729} = \sqrt[6]{3^6} = 3$, que é um número ímpar e primo ao mesmo tempo

Resposta: D

QUESTÃO 20

Observe o quadrilátero ABCD, desenhado abaixo:



Sua área total é de:

a) 61 200 000cm^2

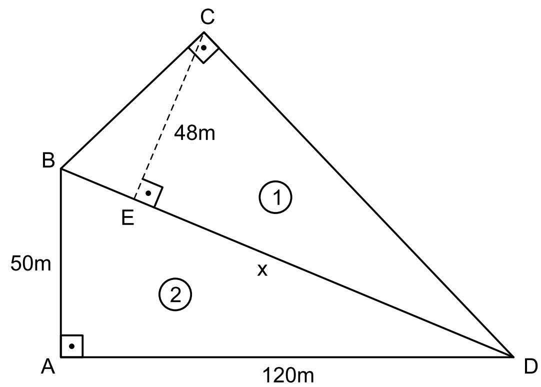
b) 612 000m^2

c) 216 000 000mm^2

d) 1260dm^2

e) 0,612km^2

RESOLUÇÃO



Aplicando-se o Teorema de Pitágoras na figura ②, teremos:

$x^2 = 50^2 + 120^2$

$x^2 = 2500 + 14400$

$x^2 = 16900$

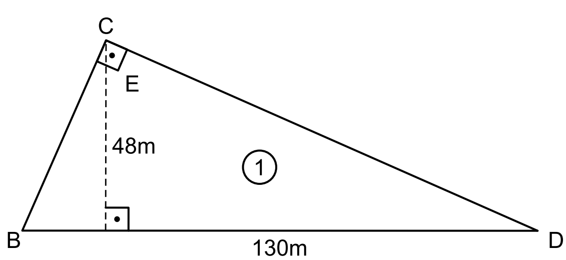
$x = \pm\sqrt{16900}$

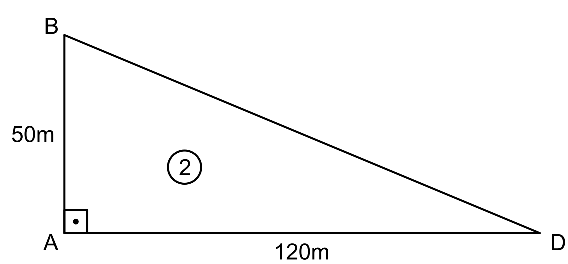
$x = +\sqrt{16900}$, pois $x > 0$

$x = 130$

A medida de $\overline{BD} = 130m$

Assim temos os triângulos 1 e 2 e suas áreas.





$$A_{\Delta CBD} = \frac{b \,.\, h}{2} \qquad A_{\Delta ABD} = \frac{b \,.\, h}{2}$$

$$A_{\Delta CBD} = \frac{130 \,.\, 48}{2} \qquad A_{\Delta ABD} = \frac{130 \,.\, 50}{2}$$

$$A_{\Delta CBD} = 3120m^2 \qquad A_{\Delta ABD} = 3000m^2$$

A área total do quadrilátero ABCD é igual a:

$(3120 + 3000)m^2 = 6120m^2 = 61\,200\,000cm^2$

Resposta: A

QUESTÃO 21

(PRF) – Uma caixa de fósforos tem 1cm de altura e o comprimento tem 2cm a mais que a largura. Se o volume da caixa é de $24cm^3$, o comprimento da caixa, em metros, é:

a) 0,04

b) 0,05

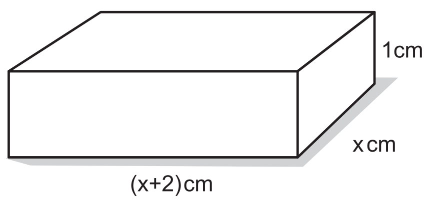
c) 0,06

d) 0,10

e) 0,12

RESOLUÇÃO

Desenhando-se a figura em questão, temos:



O volume da caixa, em centímetros, é dado pela expressão:

$(x + 2) \cdot x \cdot 1 = 24$

$x^2 + 2x - 24 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 10}{2} \begin{cases} x_1 = -6 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

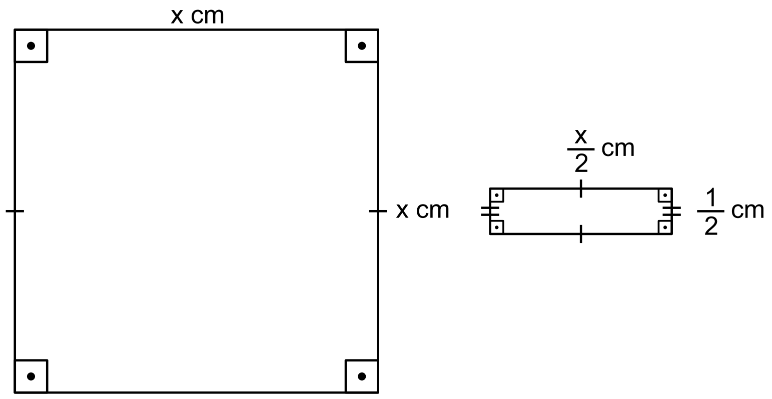
$x = 4$, pois $x > 0$

Logo, o comprimento é igual a $(x + 2)$ cm = $(4 + 2)$ cm = 6cm e 6cm = 0,06m.

Resposta: C

QUESTÃO 22

Observe os quadriláteros abaixo:



Dividindo-se o número que indica a área do quadrado, em centímetros quadrados, menos uma unidade, pelo número que representa o perímetro do retângulo, em centímetros, obtém-se o número 3. A razão entre os perímetros do quadrado e do retângulo, nessa ordem, é de:

a) 2,8
b) 3,2
c) 4,4
d) 5,6
e) 6,8

RESOLUÇÃO

Sendo:

Área do quadrado = x^2 cm^2

Área do quadrado menos uma unidade = $(x^2 - 1)$ cm^2

Perímetro do retângulo = $2\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right)$ **cm = $(x + 1)$ cm**

Temos que:

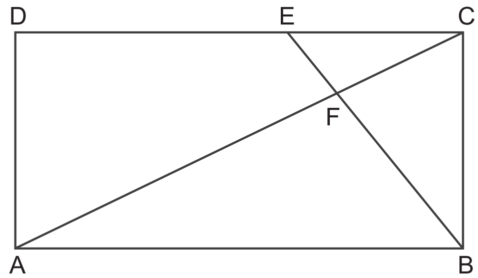
$$\frac{x^2 - 1}{x + 1} = 3 \Rightarrow \frac{\cancel{(x + 1)}(x - 1)}{\cancel{x + 1}} = 3 \Rightarrow x - 1 = 3 \Rightarrow x = 4$$

A razão entre os perímetros é igual a: $\frac{16 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = 3,2$

Resposta: B

QUESTÃO 23

(FUVEST) – A figura representa um retângulo ABCD, com AB = 5 e AD = 3. O ponto E está no segmento $\overline{CD}$ de maneira que CE = 1, F é o ponto de intersecção da diagonal $\overline{AC}$ com segmento $\overline{BE}$. Então a área do triângulo BCF vale



a) $\dfrac{6}{5}$

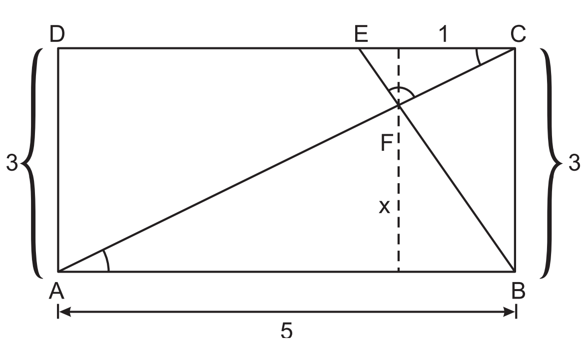
b) $\dfrac{5}{4}$

c) $\dfrac{4}{3}$

d) $\dfrac{7}{5}$

e) $\dfrac{3}{2}$

RESOLUÇÃO



Sendo ΔECF ~ ΔBAF, temos que:

$$\frac{5}{1} = \frac{x}{3 - x} \Leftrightarrow x = 15 - 5x \Leftrightarrow x + 5x = 15 \Leftrightarrow 6x = 15 \Leftrightarrow x = 2{,}5$$

Área do $\Delta BCF = A_{\Delta ABC} - A_{\Delta ABF}$

$$A = \frac{5 . 3}{2} - \frac{5 . 2{,}5}{2} = \frac{15}{2} - \frac{12{,}5}{2} = \frac{2{,}5}{2} = \frac{5}{4}$$

Resposta: B

QUESTÃO 24

As raízes da equação $x^2 - 28x + 192 = 0$ expressam em centímetros, as medidas dos catetos de um triângulo retângulo.

O perímetro desse triângulo, em cm, é igual a:

a) 24
b) 36
c) 48
d) 50
e) 52

RESOLUÇÃO

Resolvendo a equação $x^2 - 28x + 192 = 0$, obteremos:

$x^2 - 28x + 192 = 0$

$\Delta = (-28)^2 - 4 . 1 . 192$

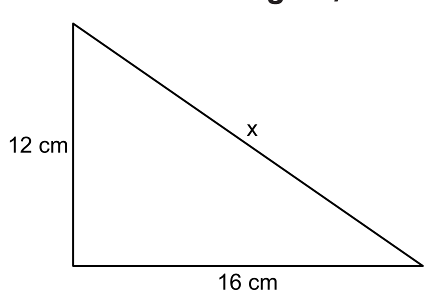
$\Delta = 784 - 768$

$\Delta = 16$

$$x = \frac{-(-28) \pm \sqrt{16}}{2 . 1}$$

$$x = \frac{28 \pm 4}{2} \begin{cases} x_1 = 16 \\ x_2 = 12 \end{cases}$$

Logo os catetos do triângulo retângulo medem 16cm e 12cm.
Calculando agora a hipotenusa desse triângulo, teremos:



$x^2 = 16^2 + 12^2$

$x^2 = 400$

$x = \pm 20$

$x = 20$, **pois** $x > 0$

Assim o perímetro do triângulo é igual a:

$2p = (20 + 16 + 12)\text{cm} = 48 \text{ cm}$

Resposta: C

QUESTÃO 25

(UFAM-ADAPTADO) – Durante 13 dias, um automóvel é submetido a testes de desempenho mecânico. No primeiro dia, ele percorre 30km; no segundo, 45km; no terceiro, 60km; e assim sucessivamente, até o último dia, quando percorre x km.

Então o número x possui

a) $(3^2 \cdot 2)$ divisores naturais.

b) $\left(\dfrac{1}{2^4}\right)^{-1}$ divisores naturais.

c) $(2^6 : 2^3)$ divisores naturais.

d) 2^{3^2} divisores naturais.

e) $(2^3)^2$ divisores naturais.

RESOLUÇÃO

A cada dia que passa, o automóvel roda 15km a mais. No 13º dia, o automóvel rodará $x = 30 + 12 \cdot 15 = 210$ quilômetros.

Decompondo-se 210 em fatores primos e determinando seus divisores, temos:

		1
210	2	2
105	3	3 , 6
35	5	5 , 10 , 15 , 30
7	7	7 , 14 , 21 , 42 , 35 , 70 , 105 , 210
1		

Logo, 210 possui 16 divisores naturais e $16 = \left(\dfrac{1}{2^4}\right)^{-1}$

Resposta: B

QUESTÃO 26

As medidas dos lados de um pentágono são representadas por números inteiros e consecutivos. Se o perímetro desse polígono é menor que $\left(\frac{15}{675}\right)^{-1}$ e se o menor lado é representado pelo maior número inteiro que satisfaz essa condição, podemos afirmar que

a) o menor lado do polígono mede 5cm.
b) o perímetro desse polígono é 45cm.
c) o maior lado do polígono é maior que 10cm.
d) a diferença entre as medidas do maior e do menor lado é 5cm.
e) o perímetro desse polígono é 40cm.

RESOLUÇÃO

Chamando de x a medida do menor lado do pentágono, seus lados são representados por x, x + 1, x + 2, x + 3 e x + 4. Seu perímetro é dado por:

$$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 < \left(\frac{15}{675}\right)^{-1}$$

$$5x + 10 < \frac{675}{15} \Leftrightarrow 5x + 10 < 45 \Leftrightarrow 5x < 35 \Leftrightarrow x < 7$$

O maior número inteiro que satisfaz essa desigualdade é 6.
Logo, seus lados medem 6cm, 7cm, 8cm, 9cm e 10cm.
Seu perímetro é igual a 40cm.
Resposta: E

QUESTÃO 27

A potência $\left[\left(9^{\frac{1}{2}}\right)^3\right]^{\frac{1}{6}}$, pode ser escrita na forma:

a) $\sqrt[6]{3}$

b) $\sqrt[4]{3}$

c) $\sqrt[3]{3}$

d) $\sqrt{3}$

e) 3

RESOLUÇÃO

Como $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$**, temos:**

$$\left[\left(9^{\frac{1}{2}}\right)^{3}\right]^{\frac{1}{6}} = 9^{\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{6}} = 9^{\frac{1}{4}} = \left[3^{2}\right]^{\frac{1}{4}} = 3^{2 \cdot \frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

Resposta: D

QUESTÃO 28

Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes. Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que se prestam a pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou superposições de ladrinhos, como ilustram as figuras.

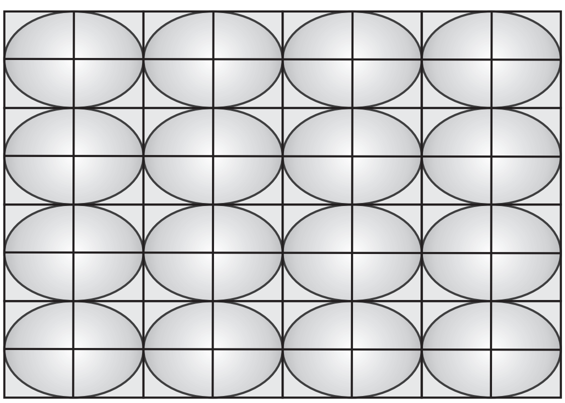


Figura 1: Ladrilhos retangulares pavimentando o plano

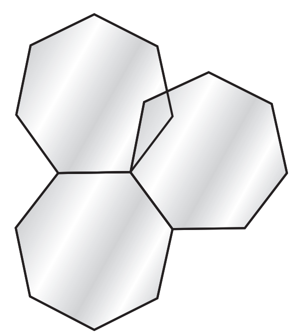
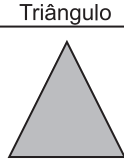
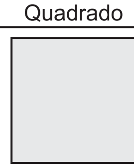
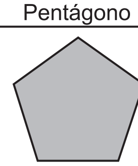
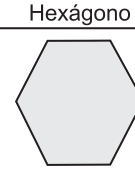
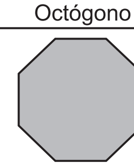
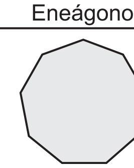


Figura 2: Heptágonos regulares não pavimentam o plano (há falhas ou superposição)

A tabela traz uma relação de alguns polígonos regulares, com as respectivas medidas de seus ângulos internos.

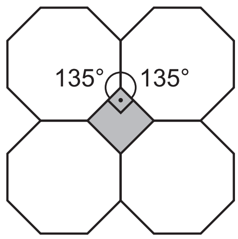
Nome	Triângulo	Quadrado	Pentágono	Hexágono	Octógono	Eneágono
Figura						
Ângulo interno	60°	90°	108°	120°	135°	140°

Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos diferentes de ladrilhos entre os polígonos da tabela, sendo um deles octogonal, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um

a) triângulo.
b) quadrado.
c) pentágono.
d) hexágono.
e) eneágono.

RESOLUÇÃO

Para que não haja falhas nem superposições, octógonos devem ser combinados com quadrados, conforme a figura a seguir, pois 135° + 135° + 90° = 360°.



Resposta: B

QUESTÃO 29

Na lanchonete "Porta do Céu", três hambúrgueres e dois copos de suco custam R$ 22,60. Por dois hambúrgueres e três copos de suco, paga-se apenas R$ 17,90. Quanto Pedro pagará por um hambúrguer e um copo de suco?

a) R$ 10,40
b) R$ 8,10
c) R$ 7,80
d) R$ 6,00
e) R$ 5,70

RESOLUÇÃO

Se x for o preço de um hambúrguer e y o preço de um suco, temos:

$$\begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix} \begin{cases} 3x + 2y = 22{,}60 \\ 2x + 3s = 17{,}90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 4y = 45{,}20 \\ -6x - 9y = -53{,}70 \end{cases} \Leftrightarrow -5y = -8{,}50 \Leftrightarrow y = 1{,}70$$

Assim substituindo y por 1,70 na equação ① teremos:

$3x + 2y = 22{,}60 \Leftrightarrow 3x + 2 \,.\, 1{,}70 = 22{,}60 \Leftrightarrow 3x = 19{,}20 \Rightarrow x = 6{,}40$

Logo cada hambúrguer custa R$ 6,40 e cada corpo de suco R$ 1,70.

Pedro gastou na lanchonete:

R$ 6,40 + R$ 1,70 = R$ 8,10

Resposta: B

QUESTÃO 30

(OBMEP) – Um torneio de futebol com 57 times será disputado com as seguintes regras:

- Nenhum jogo pode terminar empatado.
- O time que perder duas partidas será eliminado.
- O torneio termina quando sobrar apenas um time, que será o campeão.

Se o time campeão perder uma vez, quantas partidas seraão disputadas no torneio?

a) 56
b) 57
c) 58
d) 112
e) 113

RESOLUÇÃO

Vamos imaginar que o torneio acabou. Para os 56 times que foram eliminados após perder 2 partidas cada um, contamos $56 \times 2 = 112$ derrotas. Como o campeão perdeu uma vez, o número total de derrotas foi $112 + 1 = 113$. Além disso, como não houve empates, em cada partida um time ganhou e o outro perdeu; logo, o número total de derrotas é igual ao número total de partidas.

Resposta: E