Nome: ______________________________ Nº: ________

Endereço: ______________________________ Data: ________

Telefone: ______________ *E-mail:* ______________________________

Colégio OBJETIVO

PARA QUEM CURSA A 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO EM 2017

Disciplina: MATEMÁTICA	Prova: DESAFIO	NOTA:

QUESTÃO 16

A permanência de um gerente em uma empresa está condicionada à sua produção no semestre. Essa produção é avaliada pela média do lucro mensal do semestre. Se a média for, no mínimo, de 30 mil reais, o gerente permanece no cargo, caso contrário, ele será realocado. O quadro mostra o lucro mensal, em milhares de reais, dessa empresa, de janeiro a maio do ano em curso.

Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio
21	35	21	30	38

Qual deve ser o lucro mínimo da empresa no mês de junho, em milhares de reais, para o gerente continuar no cargo no próximo semestre?

a) 26

b) 29

c) 30

d) 31

e) 35

RESOLUÇÃO

Seja x o lucro mensal no mês de junho. Calculando a média dos lucros no semestre, temos:

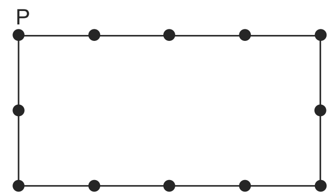
$$\frac{21 + 35 + 21 + 30 + 38 + x}{6} \geq 30$$

$$x \geq 180 - 145 \Leftrightarrow \boxed{x \geq 35}$$

Resposta: E

QUESTÃO 17

(OBMEP-Adaptado) – Jorge passeia por um caminho em forma de retângulo, onde estão dispostas doze árvores com 5 m de distância entre duas consecutivas, conforme representado na figura. Jorge brinca de tocar cada árvore durante seu passeio.

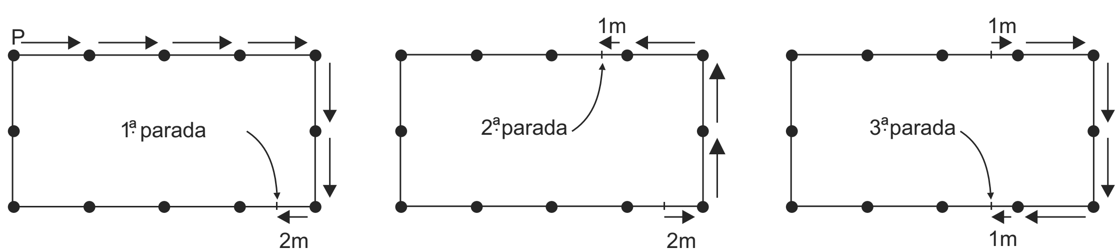


Primeiro ele toca a árvore do canto, assinalada por P na figura, e percorre 32 m num mesmo sentido; então ele volta 18 m e depois torna a andar para frente mais 22 m. Em quantas árvores ele toca?

a) 18
b) 17
c) 16
d) 15
e) 14

RESOLUÇÃO

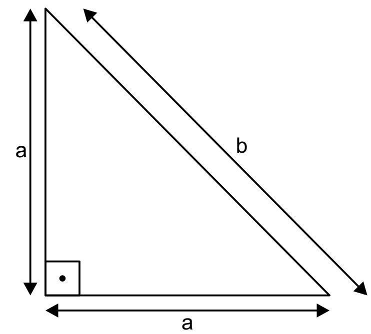
Caminhando 32 m, no início ele toca em 7 árvores e para a 2 m da última que tocou. Voltando 18 m, ele toca em 4 árvores e para a 1 m da última que tocou. Ao retornar os 22 m ele toca em 5 árvores e para a 1 m da última que tocou.



7 + 4 + 5 = 16 árvores
Se a caminhada iniciar em sentido anti-horário Jorge também tocará em 16 árvores.
Resposta: C

QUESTÃO 18

Observe a figura:



Se a = 6 então $\dfrac{b^2}{a}$ será igual a:

a) $\dfrac{1}{5}$ de 75.

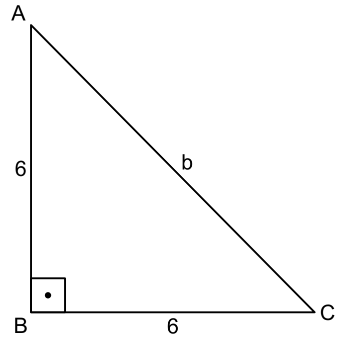
b) $\dfrac{1}{4}$ de 64.

c) $\dfrac{2}{3}$ de 15.

d) $\dfrac{1}{3}$ de 36.

e) $\dfrac{3}{4}$ de 12.

RESOLUÇÃO



Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo ABC, temos:

$b^2 = 6^2 + 6^2$

$b^2 = 36 + 36$

$b^2 = 72 \Rightarrow b = \sqrt{72}$, **pois** $b > 0$

Assim $\dfrac{b^2}{a} = \dfrac{(\sqrt{72})^2}{6} = \dfrac{72}{6} = 12 = \dfrac{1}{3} \cdot 36$

Resposta: D

QUESTÃO 19

A metade dos dias decorridos, desde o início do ano até hoje, é igual à terça parte dos dias que ainda faltam para o término desse mesmo ano. Sabendo que este ano tem 365 dias e que fevereiro tem, portanto, 28 dias, pode-se concluir que hoje é:

a) 14 de abril
b) 10 de junho
c) 26 de maio
d) 15 de junho
e) 21 de maio

RESOLUÇÃO

Se *x* for o número de dias decorridos, desde o início do ano até hoje, então *365 – x* é o número de dias que faltam para o término desse mesmo ano. Assim sendo:

$$\frac{x}{2} = \frac{365 - x}{3} \Leftrightarrow 3x = 730 - 2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x = 730 \Leftrightarrow x = 146$$

Hoje é, portanto, o *146º* dia do ano.
Somando os *31* dias de *janeiro*, com os *28* dias de *fevereiro*, os *31* dias de *março* e os *30* dias de *abril*, obtemos 120 dias.
Hoje é, portanto, *26 de maio*, pois 146 – 120 = 26.
Resposta: C

QUESTÃO 20

(UERJ) – O ano bissexto possui 366 dias e sempre é múltiplo de 4. O ano de 2012 foi bissexto. Porém, há casos especiais de anos que, apesar de múltiplos de 4, não são bissextos: são aqueles que também são múltiplos de 100 e não são múltiplos de 400. O ano de 1900 foi o último caso especial.

A soma dos algarismos do próximo ano que será um caso especial é:

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

RESOLUÇÃO

Os múltiplos de 100 maiores que 1900 são 2000, 2100, 2200,...
O primeiro deles que não é múltiplo de 400 é 2100. Assim, o próximo ano especial será 2100, cuja soma dos algarismos é 2 + 1 + 0 + 0 = 3
Resposta: A

QUESTÃO 21

O cubo da soma dos quadrados das raízes da equação $x^3 - 4x^2 = x - 4$ é:

a) $(2^2 \,.\, 3^2)^3$

b) $(2 \,.\, 3^2)^3$

c) $(2^3 \,.\, 3)^2$

d) $(2^3 \,.\, 3^5)^2$

e) $(2^3 \,.\, 3^2)^2$

RESOLUÇÃO

$x^3 - 4x^2 = x - 4 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2(x - 4) - (x - 4) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x^2 - 1)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow x - 4 = 0$ **ou** $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 4$ **ou** $x = 1$ **ou** $x = -1$

O cubo da soma dos quadrados das raízes é:

$[4^2 + 1^2 + (-1)^2]^3 = (16 + 1 + 1)^3 = 18^3 = (2 \,.\, 3^2)^3$, **pois** $18 = 2 \,.\, 3^2$

Resposta: B

QUESTÃO 22

(UNICAMP) – Um paralelepípedo retângulo tem faces de áreas 2 cm^2, 3 cm^2 e 4 cm^2. O volume desse paralelepípedo é igual a

a) $2\sqrt{3}$ cm^3.

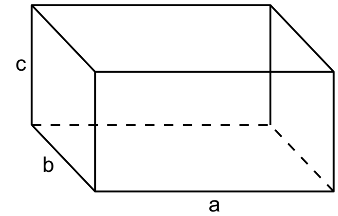
b) $2\sqrt{6}$ cm^3.

c) 24 cm^3.

d) 12 cm^3.

e) 9 cm^3.

RESOLUÇÃO



Sendo a, b e c as dimensões do paralelepípedo retoretângulo, em cm^2, temos:

$$\begin{cases} ab = 2 \\ ac = 3 \\ bc = 4 \end{cases} \Rightarrow a^2 \,.\, b^2 \,.\, c^2 = 2 \,.\, 3 \,.\, 4 \Rightarrow (a \,.\, b \,.\, c)^2 = 24 \Rightarrow$$

$\Rightarrow abc = \sqrt{24} \Rightarrow abc = 2\sqrt{6}$, **assim o volume do paralelepípedo retoretângulo, em cm^3, é dado por $2\sqrt{6}$.**

Resposta: B

QUESTÃO 23

Uma máquina fotográfica custava R$ 900,00 No dia das mães, numa promoção, foi vendida com um desconto de 15% e, logo depois, em cima do novo preço sofreu um aumento de 15%. O seu preço atual, é de:

a) R$ 800,00

b) R$ 825,50

c) R$ 850,50

d) R$ 879,75

e) R$ 900,00

RESOLUÇÃO

Se o desconto oferecido pela loja é 15% então o preço da máquina passou a custar 85% do preço normal. Assim:

85% de R$ 900,00 = 0,85 . R$ 900,00 = R$ 765,00.

Com o novo aumento de 15% o preço da máquina passou a custar 115% de R$ 765,00 ou seja, em reais;

1,15 . 765 = 879,75

Resposta: D

QUESTÃO 24

(ORMRGS-Adaptado) – Um grupo de pessoas dispõe de certo número de bancos para sentar-se. Sentando duas pessoas em cada banco, sobram vinte pessoas em pé; mas, sentando três pessoas em cada banco, sobra um banco vazio. É correto afirmar que:

a) é ímpar e primo o número que representa a quantidade de bancos.

b) o número de pessoas é menor que 60.

c) é par o número que representa a quantidade de bancos.

d) o número que representa a quantidade de pessoas é divisível por 5.

e) a quantidade de bancos é igual a quantidade de pessoas.

RESOLUÇÃO:

Chamando o número de bancos de x, temos que:

$2 \cdot x + 20 = 3(x - 1)$ que é o número de pessoas.

Resolvendo a equação temos:

$2x + 20 = 3(x - 1) \Leftrightarrow 2x + 20 = 3x - 3 \Leftrightarrow x = 23$

Dessa forma, o número de bancos é 23 (ímpar e primo) e o número de pessoas é $2 \cdot 23 + 20 = 66$

Resposta: A

QUESTÃO 25

(OBMEP) – Qual dos números a seguir está mais próximo de:
$(0{,}899^2 - 0{,}101^2) \cdot 0{,}5$?

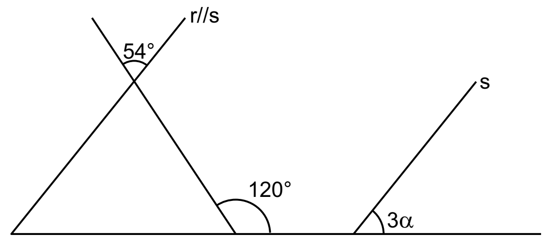
a) 1
b) 0,9
c) 0,8
d) 0,5
e) 0,4

RESOLUÇÃO

$0{,}899^2 - 0{,}101^2$ é uma diferença de dois quadrados, assim:
$(0{,}899^2 - 0{,}101^2) = (0{,}899 - 0{,}101) \cdot (0{,}899 + 0{,}101) = 0{,}798 \cdot 1 = 0{,}798$
Assim a expressão:
$(0{,}899^2 - 0{,}101^2) \cdot 0{,}5 = 0{,}798 \cdot 0{,}5 = 0{,}399 \simeq 0{,}4$
Resposta: E

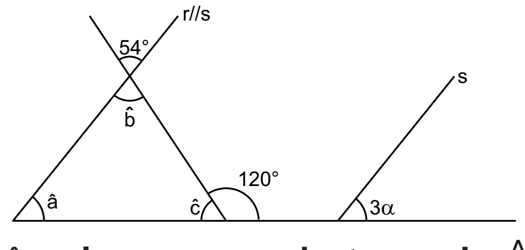
QUESTÃO 26

Se r//s, então a medida de α é:



a) 40°
b) 32°
c) 30°
d) 25°
e) 22°

RESOLUÇÃO



Se r//s, então $\hat{a}$ e 3α são ângulos correspondentes, assim $\hat{a} = 3\alpha$
$\hat{c} = 180° - 120° \Leftrightarrow \hat{c} = 60°$, pois $\hat{c}$ e 120° são ângulos suplementares. Os ângulos $\hat{b}$ e 54° são opostos pelo vértice e, portanto $\hat{b} = 54°$.
Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, temos:
$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180 \Leftrightarrow 3\alpha + 54° + 60° = 180° \Leftrightarrow 3\alpha = 66° \Leftrightarrow \alpha = 22°$
Resposta: E

QUESTÃO 27

(UNIFESP) – O número de inteiros positivos que são divisores do número $N = 21^4 \times 35^3$, inclusive 1 e N, é:

a) 84
b) 86
c) 140
d) 160
e) 162

RESOLUÇÃO

Decompondo em fatores primos os números 21 e 35, temos que:
$21 = 3 \cdot 7$ e $35 = 5 \cdot 7$

Então $21^4 \times 35^3 = (3 \cdot 7)^4 \cdot (5 \cdot 7)^3 = 3^4 \cdot 7^4 \cdot 5^3 \cdot 7^3 = 3^4 \cdot 5^3 \cdot 7^7$. Somando-se uma unidade aos expoentes e multiplicando os resultados obtidos, teremos:
$(4 + 1) \cdot (3 + 1) \cdot (7 + 1) = 5 \cdot 4 \cdot 8 = 160$ que é a quantidade de divisores naturais de N.
Resposta: D

QUESTÃO 28

(SARESP-Adaptado) – Um laboratório embalou 156 comprimidos de analgésico em duas caixas, uma com duas cartelas de x comprimidos cada e outra com quatro cartelas de y comprimidos cada. Sabendo-se que y é o quadrado de x, quantos comprimidos havia em cada cartela?

a) 4 e 16
b) 5 e 25
c) 6 e 36
d) 7 e 49
e) 8 e 64

RESOLUÇÃO

Montando-se um sistema com os dados do problema temos:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 156 & \text{(I)} \\ y = x^2 & \text{(II)} \end{cases}$$

Substituindo y na equação (I), temos:

$$2x + 4x^2 = 156 \Leftrightarrow 4x^2 + 2x - 156 = 0$$

Usando a fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \,.\, a \,.\, c}}{2 \,.\, a}, \text{ resulta:}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \,.\, 4 \,.\, (-156)}}{2 \,.\, 4} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2500}}{8}$$

$$x = \frac{-2 \pm 50}{8} \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = \dfrac{-13}{2} \end{cases}$$

x = 6, pois x é inteiro e positivo.
Se $y = x^2$ e x = 6, então y = 36
Resposta: C

QUESTÃO 29

Se 8 + x + y = 53 e y = x + 3, qual é o valor da raiz quadrada positiva de 2x – y?

a) $3\sqrt{5}$

b) $5\sqrt{3}$

c) $4\sqrt{2}$

d) $3\sqrt{2}$

e) $5\sqrt{2}$

RESOLUÇÃO

Montando um sistema, temos:

$$\begin{cases} 8 + x + y = 53 \\ y = x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 45 \\ -x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2y = 48 \Leftrightarrow y = 24$$

Se x + y = 45 e y = 24, então x = 21

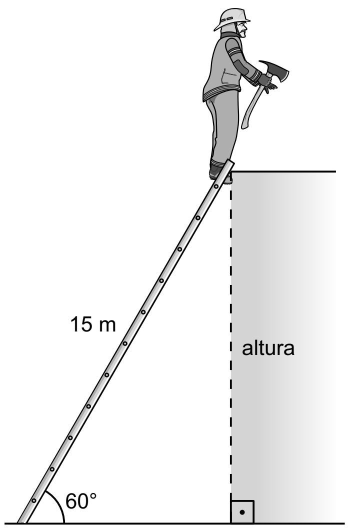
Portanto:

$$\sqrt{2x - y} = \sqrt{2 \,.\, 21 - 24} = \sqrt{18} = \sqrt{9} \,.\, \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

Resposta: D

QUESTÃO 30

Um bombeiro sobe até o topo de uma escada, como mostra a figura.



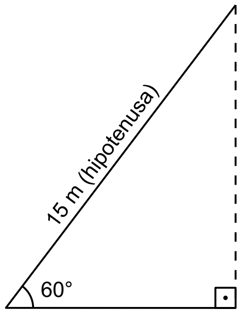
A que altura aproximada o bombeiro está do solo quando chega ao topo da escada?

Dados: sen 60° = 0,87
cos 60° = 0,50
tg 60° = 1,73

a) 10,23m
b) 12,14m
c) 13,05m
d) 14,55m
e) 15,05m

RESOLUÇÃO:

Analisando o triângulo retângulo teremos que:



Altura é o cateto oposto ao ângulo de 60°

Assim aplicaremos o seno de 60°, para encontrar a altura x em que o bombeiro encontra-se em relação ao solo, temos:

$$\text{sen } 60° = \frac{\text{c. oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

Assim,

$$0{,}87 = \frac{x}{15} \Rightarrow x = 15 \,.\, 0{,}87 \Rightarrow \boxed{x = 13{,}05}$$

Resposta: C