Nome: ______________________ Nº: ________

Endereço: ______________________ Data: ________

Telefone: ____________ *E-mail:* ______________________

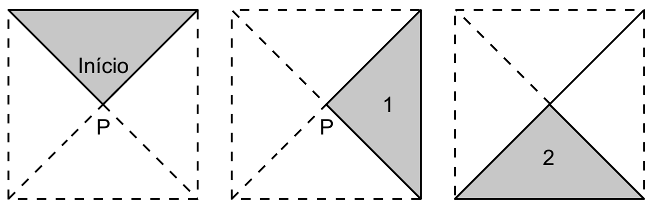
Colégio OBJETIVO

PARA QUEM CURSARÁ A 1.ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO EM 2018

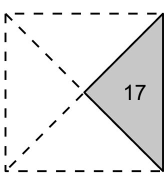
Disciplina:	Prova:	NOTA:
MATEMÁTICA	**DESAFIO**	

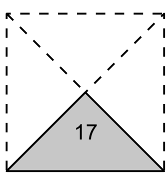
QUESTÃO 16

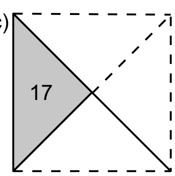
(SPM) – Pedro está rodando um triângulo em torno do ponto P, em sentido horário, tal como se vê nas figuras a seguir.

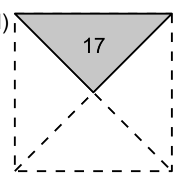


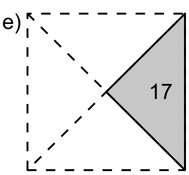
Assinale a alternativa que indica a posição em que o triângulo estará após 17 movimentos.

a) 

b) 

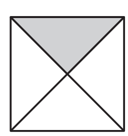
c) 

d) 

e) 

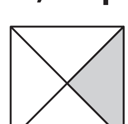
RESOLUÇÃO

I. A cada 4 movimentos, o triângulo escurecido voltará à posição inicial.



II. O triângulo estará, pois, nessa mesma posição após 4 movimentos, 8 movimentos, 12 movimentos, 16 movimentos etc.

III. Após 17 movimentos, estará, portanto, na posição 1.



Resposta A

QUESTÃO 17

(OBMEP) – Na sequência $\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}$, x, y, z... podemos afirmar que:

a) $z = 1\frac{1}{4}$ b) $y = \frac{5}{8}$ c) $z = \frac{4}{5}$ d) $y = \frac{5}{2}$ e) $x = \frac{3}{4}$

RESOLUÇÃO

Igualando-se os denominadores, verificamos que a sequência dada é a mesma que a sequência:

$\frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}$, **x, y, z ...**

Assim, o denominador é 8 e os numeradores são consecutivos. Logo:

$x = \frac{8}{8} = 1$, $y = \frac{9}{8}$ **e** $z = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

Resposta A

QUESTÃO 18

A medida do raio de uma circunferência, em metros, corresponde à solução da equação:

$$\frac{-\dfrac{2}{3} + x}{\dfrac{1}{3} - 3x} = 1$$

O diâmetro dessa circunferência, em metros, mede:

a) $5 \,.\, 10^{-2}$ b) $5 \,.\, 10^{-1}$ c) $5 \,.\, 10^{0}$ d) $5 \,.\, 10^{2}$ e) $5 \,.\, 10^{3}$

RESOLUÇÃO

Resolvendo a equação, temos:

$$\frac{-\dfrac{2}{3} + x}{\dfrac{1}{3} - 3x} = 1 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} + x = 1 \,.\, \left(\frac{1}{3} - 3x\right) \Leftrightarrow x + 3x = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \Leftrightarrow 4x = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \text{ (medida do raio)}$$

Portanto, o diâmetro mede, em metros, $\frac{1}{4} \,.\, 2 = \frac{2}{4} = 0{,}5 = 5 \,.\, 10^{-1}$.

Resposta B

QUESTÃO 19

O resultado de $0,333.. + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} : 2\right)$ é:

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 0,666 d) $\frac{7}{6}$ e) $\frac{3}{2}$

RESOLUÇÃO;

Transformando a dízima periódica 0,333... em fração, teremos:

$$\begin{array}{r} 10x = 3,33... \\ x = 0,33... \\ \hline 9x = 3 \end{array}$$

$$x = \frac{3}{9} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

Portanto:

$$0,333.. + \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{3} : 2\right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) =$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{6} = \frac{2 + 3 - 2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Resposta B

QUESTÃO 20

Se m e n forem as raízes da equação $2x^2 + 7x + 4 = 0$, então o valor de $(m - 4)(n - 4)$ será:

a) 32 b) 18 c) 10 d) 8 e) 4

RESOLUÇÃO

Se m e n forem as raízes da equação $2x^2 + 7x + 4 = 0$, então:

$$\begin{cases} m + n = -\dfrac{7}{2} \\ m \cdot n = \dfrac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

Assim:

$$(m - 4)(n - 4) = mn - 4m - 4n + 16 =$$

$$= mn - 4 \cdot (m + n) + 16 = 2 - 4\left(-\frac{7}{2}\right) + 16 =$$

$$= 2 + 14 + 16 = 32$$

Resposta A

QUESTÃO 21

(CESGRANRIO-ADAPTADO) – Seja H o conjunto $\{n \in \mathbb{N} \mid 2 \leq n \leq 40$, n múltiplo de 2, n não é múltiplo de 3$\}$. O número de elementos de H é:

a) 6 b) 7 c) 12 d) 13 e) 14

RESOLUÇÃO

Os números naturais múltiplos de 2, no intervalo $2 \leq n \leq 40$, são:

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40.

O conjunto H é formado pelos números múltiplos de 2, não múltiplos de 3. Então, o conjunto H possui os elementos:

H = { 2, 4, 8, 10, 14, 16, 20, 22, 26, 28, 32, 34, 38, 40 }

O número de elementos de H é 14.

Resposta E

QUESTÃO 22

Obtemos vinte, se adicionarmos ao quadrado do quadrado de um número real o quadrado dele. É correto afirmar que esse número pode ser:

a) – 5 ou 4 b) – 2 ou 2 c) 3 ou $\frac{1}{2}$ d) 7 ou 3 e) – 5 ou 3

RESOLUÇÃO

Chamando o número em questão de x, temos:

– O quadrado desse número é igual a x^2;

– O quadrado do quadrado do número é igual a $(x^2)^2 = x^4$

Então, $x^4 + x^2 = 20$ (equação biquadrada) substituindo x^4 por y^2 e x^2 por y, temos:

$$y^2 + y - 20 = 0$$

$$\triangle = 1^2 - 4 \,.\, 1\,(-20)$$

$$\triangle = 81$$

$$y = \frac{-1 \pm 9}{2} \begin{cases} -5 \\ 4 \end{cases}$$

Se $x^2 = y$ e $y = -5$, então:

$$x^2 = -5 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{-5} \Leftrightarrow \nexists \text{ x real}$$

Se $x^2 = y$ e $y = 4$, então:

$$x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = \pm 2$$

Resposta B

QUESTÃO 23

(OBMEP-2007) – Um grupo de amigos acampou durante seis noites e, toda noite, dois deles vigiaram o acampamento. Cada um ficou de guarda três vezes, nunca com o mesmo amigo. Quantos eram os amigos?

a) 3 b) 4 c) 6 d) 12 e) 18

RESOLUÇÃO

Vamos pensar que o nome dos amigos são todos diferentes e que um deles fez uma lista, anotando, noite por noite, o nome dos vigias. Como o acampamento durou 6 noites e a cada noite 2 amigos ficaram de guarda, a lista teve um total de 12 nomes. Mas cada nome apareceu na lista exatamente 3 vezes, e então o número de nomes diferentes é 12 ÷ 3 = 4. Logo, havia 4 amigos no acampamento.

Devemos notar que com esses quatro amigos a situação descrita no enunciado é possível. Mostramos isso a seguir, chamando os amigos de A, B, C e D com uma possível lista dos turnos de vigia:

1.ª noite: A e B
2.ª noite: A e C
3.ª noite: A e D
4.ª noite: B e C
5.ª noite: B e D
6.ª noite: C e D
Resposta B

QUESTÃO 24

20% de 75,5% **não** é o mesmo que:

a) 10% de 151% b) 5% de 302% c) 40% de 37,75%
d) 2% de 755% e) 25% de 60,2%

RESOLUÇÃO

Calculando 20% de 75,5% temos:
20% de 75,5% = 0,20 x 0,755 = 0,151

Analisando as alternativas, observamos que:
a) 10% de 151% = 0,10 . 1,51 = 0,151
b) 5% de 302% = 0,05 . 3,02 = 0,151
c) 40% de 37,75% = 0,40 . 0,3775 = 0,151
d) 2% de 755% = 0,02 . 7,55 = 0,151
e) 25% de 60,2% = 0,25 . 0,602 = 0,1505
Resposta E

QUESTÃO 25

Resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{2}{3}(x + 2) = 5 + y \\ x + 2 = 3(y - 3) \end{cases}$$

Podemos afirmar que:

a) $y : x = 2$ b) $3 . x = y$ c) $x - y = y$

d) $x + y = 22$ e) $x : y = -2$

RESOLUÇÃO

Simplificando cada equação do sistema, temos:

$$\begin{cases} \dfrac{2}{3}(x + 2) = 5 + y \Leftrightarrow \dfrac{2x + 4}{3} = 5 + y \Leftrightarrow 2x + 4 = 15 + 3y \Leftrightarrow 2x - 3y = 11 \\ x + 2 = 3(y - 3) \Leftrightarrow x + 2 = 3y - 9 \Leftrightarrow x - 3y = -11 \end{cases}$$

Assim na forma mais simples, temos o sistema:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11 & ① \\ x - 3y = -11 & ② \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 3y = -11 \\ x - 3y = -11 \end{cases} \Leftrightarrow -x = -22 \Leftrightarrow x = 22$$

Substituindo o valor de x na equação 2, temos:

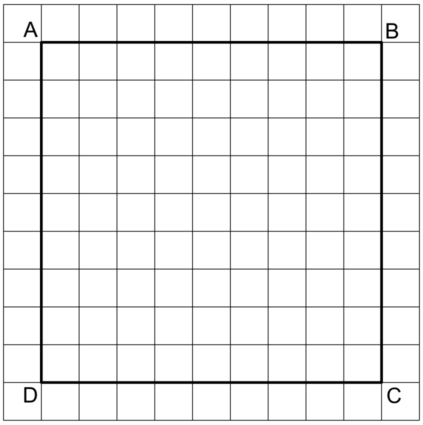
$x - 3y = -11 \Leftrightarrow 22 - 3y = -11 \Leftrightarrow -3y = -33 \Leftrightarrow y = 11$

Se $x = 22$ e $y = 11$, então $x - y = 11$, que é o valor de y.

Resposta C

QUESTÃO 26

A medida da diagonal do quadrado desenhado na malha quadriculada, na qual cada quadradinho mede 0,5cm por 0,5cm, é:



a) $4,5\sqrt{2}$ cm

b) $3,5\sqrt{3}$ cm

c) $3,0\sqrt{2}$ cm

d) $4,0\sqrt{2}$ cm

e) $4,5\sqrt{3}$ cm

RESOLUÇÃO
Cada lado do quadrado ABCD contêm 9 lados de quadradinhos e, portanto mede $9 \,.\, 0{,}5\text{cm} = \underline{4{,}5}\text{cm}$
A diagonal $\overline{AC}$ é a hipotenusa do triângulo retângulo ABC.

Aplicando Pitágoras, temos:
$AC^2 = 4{,}5^2 + 4{,}5^2 \Leftrightarrow$

$AC^2 = 2 \,.\, 4{,}5^2 \Leftrightarrow AC = \sqrt{4{,}5^2 \,.\, 2}$, pois $AC > 0$. Assim, $AC = 4{,}5\sqrt{2}$ cm

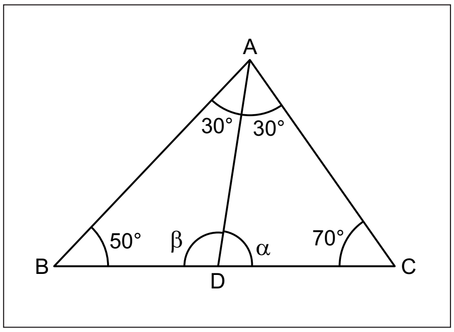
Resposta A

QUESTÃO 27

Num triângulo ABC, os ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$ medem 50° e 70°, respectivamente. A bissetriz interna relativa ao vértice A forma com a reta BC ângulos proporcionais a:

a) 1 e 2 b) 2 e 3 c) 3 e 4 d) 4 e 5 e) 5 e 6

RESOLUÇÃO



1) No $\triangle ABC$, $\hat{A} + 50° + 70° = 180° \Leftrightarrow \hat{A} = 60°$
2) $\overline{AD}$ é bissetriz $B\hat{A}D = C\hat{A}D = 30°$
3) No $\triangle ACD$, $30° + 70° + \alpha = 180° \Leftrightarrow \alpha = 80°$
4) No $\triangle ABD$, $30° + 50° + \beta = 180° \Leftrightarrow \beta = 100°$
5) $\dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{80°}{100°} = \dfrac{4}{5}$

Resposta D

QUESTÃO 28

Se x_1 e x_2 são, respectivamente, as raízes negativa e positiva da equação do 2.º grau

$8x^2 - 2x - 1 = 0$, então $\left(\dfrac{x_1 + x_2}{x_2 - x_1}\right)$ é igual a:

a) 2^{-3} b) 2^0 c) 3^{-1} d) 2^{-1} e) 2^2

RESOLUÇÃO

Resolvendo-se a equação $8x^2 - 2x - 1 = 0$, temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{em que} \quad \begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\ \Delta &= (-2)^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-1) \\ \Delta &= 4 + 32 \\ \Delta &= 36 \end{aligned}$$

$$x = \frac{+2 \pm 6}{16} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{+2-6}{16} = \dfrac{-4}{16} = \dfrac{-1}{4} \\[2ex] x_2 = \dfrac{+2+6}{16} = \dfrac{8}{16} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Então:

$$\frac{x_1 + x_2}{x_2 - x_1} = \frac{-\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{2} - \left(-\dfrac{1}{4}\right)} = \frac{\dfrac{-1+2}{4}}{\dfrac{2+1}{4}} = \frac{\dfrac{1}{4}}{\dfrac{3}{4}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{3} = 3^{-1}$$

Resposta C

QUESTÃO 29

Se **a** e **b** forem soluções da equação:

$2 \cdot \sqrt{2x^2 - 3x + 2} - 4 = 0$, então:

a) $a \cdot b = 1$ b) $a + b = 2$ c) $a - b = 1$ d) $a \cdot b = -1$ e) $a \div b = 1$

RESOLUÇÃO

Resolvendo a equação irracional, teremos:

$$2 \cdot \sqrt{2x^2 - 3x + 2} - 4 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{2x^2 - 3x + 2} = 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 3x + 2} = \frac{4}{2} = 2 \Leftrightarrow \left(\sqrt{2x^2 - 3x + 2}\right)^2 = 2^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 2 = 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 2 - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

Pela fórmula de Báskara, temos:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm 5}{4} \Leftrightarrow x = 2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

Verificando $x = 2$, temos:

$$2 \cdot \sqrt{2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 2} = 2\sqrt{4} - 4 = 0$$

Verificando $x = -\frac{1}{2}$, temos:

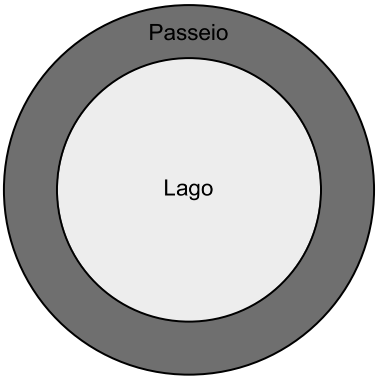
$$2 \cdot \sqrt{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 2} - 4 = 2\sqrt{4} - 4 = 0$$

Assim sendo, $\left(a = 2 \text{ e } b = -\frac{1}{2}\right)$ ou $\left(a = -\frac{1}{2} \text{ e } b = 2\right)$ e, portanto, $a \cdot b = -1$

Resposta D

QUESTÃO 30

(Carlos Chagas – Adaptado) – Um lago circular de 20m de diâmetro é circundado por um passeio, a partir das margens do lago, de 2m de largura. Qual é a área do passeio?



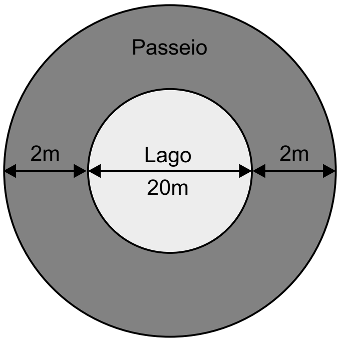
a) 10π m^2 b) 11π m^2 c) 20π m^2 d) 30π m^2 e) 44π m^2

RESOLUÇÃO

A área do passeio (A_p) é obtida subtraindo-se a área do lago (A_L) da área total (A_T). Se o diâmetro do lago é de 20m, então o raio mede 10m. Assim:

$A_L = \pi \cdot (10m)^2$

$A_L = 100\pi\ m^2$



Se o diâmetro total é de (20 + 2 + 2)m = 24m, então o raio é de 12m. Assim:

$A_T = \pi \cdot (12m)^2$

$A_P = (\pi \cdot 12^2 - \pi \cdot 10^2)\ m^2 = (144\pi - 100\pi)\ m^2 = 44\pi\ m^2$

Resposta E