Nome: ______________________________ Nº: ________
Endereço: ______________________________ Data: ________
Telefone: ______________ *E-mail:* ______________________

Colégio OBJETIVO

PARA QUEM CURSARÁ A 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO EM 2018

Disciplina: **MATEMÁTICA**	Prova: **DESAFIO**	NOTA:

QUESTÃO 16

Um computador está programado para fazer uma operação diferente, representada pelo símbolo ☆. Veja como é:

$$4 \star 3 = 4 \times 3 + 4 + 3 = 19$$

Quando efetua a operação ☆, o computador adiciona a soma dos dois números ao produto dos dois números.

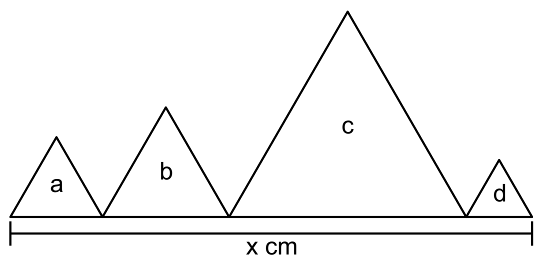
Calculando (5 ☆ 2) ☆ 1, obteremos:

a) 10
b) 12
c) 15
d) 26
e) 35

RESOLUÇÃO
Observemos que:
5 ☆ 2 = 5 x 2 + 5 + 2 = 17
Assim, teremos: (5 ☆ 2) ☆ 1 = 17 ☆ 1 = 17 x 1 + 17 + 1 = 35
Resposta: E

QUESTÃO 17

Os triângulos a, b, c e d mostrados são equiláteros de lado $2\sqrt{16}$ cm, $3\sqrt[3]{64}$ cm, $4\sqrt[4]{81}$ cm e $\sqrt[3]{8}$ cm respectivamente.

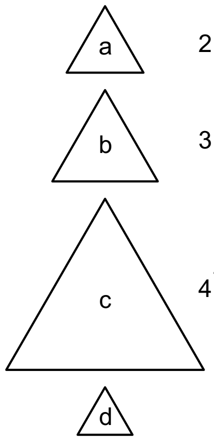


A medida x indicada no desenho representa um número:

a) Irracional
b) Divisor de 50
c) Múltiplo de 3
d) Divisor de 170
e) Primo

RESOLUÇÃO

Resolvidas as expressões envolvendo radicais indicadas em cada triângulo, obteremos:



$2\sqrt{16} = 2.4 = 8 \text{ cm}$

$3\sqrt[3]{64} = 3.4 = 12 \text{ cm}$

$4\sqrt[4]{81} = 4.3 = 12 \text{ cm}$

$\sqrt[3]{8} = 2 \text{ cm}$

Assim

x = 8 + 12 + 12 + 2

x = 34

Resposta: D

QUESTÃO 18

O valor da expressão:

$$\sqrt[3]{\frac{(60\ 000)\ .\ (0{,}00009)}{0{,}0002}} \text{ é igual a}$$

a) $3\ .\ 10^{-3}$

b) $9\ .\ 10^{3}$

c) $3\ .\ 10^{0}$

d) $3\ .\ 10^{1}$

e) $27\ .\ 10^{3}$

RESOLUÇÃO

Resolvendo a expressão, observamos que:

$$\sqrt[3]{\frac{6\ .\ 10^{4}\ .\ 9\ .\ 10^{-5}}{2\ .\ 10^{-4}}} = \sqrt[3]{\frac{54\ .\ 10^{-1}}{2\ .\ 10^{-4}}} = \sqrt[3]{27\ .\ 10^{3}} = 3\ .\ 10$$

Resposta: D

QUESTÃO 19

(VNSP-adaptado) – Uma professora decidiu sortear um livro para os alunos de sua sala. A idade dos alunos na sala varia de 6 a 8 anos, de acordo com a tabela:

	6 anos	**7 anos**	**8 anos**
n.º de meninas	2	8	3
n.º de meninos	1	12	4

A probabilidade de que o aluno sorteado seja um menino de 7 anos é de:

a) $\frac{3}{5}$, ou seja, 60%

b) $\frac{2}{5}$, ou seja, 40%

c) $\frac{7}{10}$, ou seja, 70%

d) $\frac{1}{6}$, ou seja, 60%

e) $\frac{5}{10}$, ou seja, 50%

RESOLUÇÃO

Sendo o total de alunos igual a 30, a probabilidade do aluno sorteado ter 7 anos é de $\frac{12}{30}$.

$$\frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0,4 = 0,40 = 40\%$$

Resposta: B

QUESTÃO 20

Dona Leonilda teve 4 filhos. Cada filho lhe deu 4 netos, cada neto lhe deu 4 bisnetos e cada bisneto teve 4 filhos. Se chamarmos de **x** os descendentes de dona Leonilda, podemos afirmar que o número de descendentes está incluso no intervalo:

a) $140 < x < 180$
b) $190 < x \leq 200$
c) $190 \leq x < 200$
d) $300 \leq x < 330$
e) $330 < x \leq 350$

RESOLUÇÃO
Os descendentes de dona Leonilda são:
Os filhos: 4
Os netos: 4 x 4 = 16
Os bisnetos: 4 x 4 x 4 = 64
Os filhos dos bisnetos: 4 x 4 x 4 x 4 = 256
Ou seja: $\mathbf{4^4 + 4^3 + 4^2 + 4}$
Então, o total de descendentes é igual a:
4 + 16 + 64 + 256 = 340
Resposta: E

QUESTÃO 21

(UFCE) – Se x_1 e x_2 são as raízes da equação $3x^2 - 2x - 8 = 0$, sendo $x_1 < x_2$, então $3x_2^2 - 2x_1 - 8$ é igual a:

a) $\dfrac{2}{3}$

b) $\dfrac{8}{3}$

c) $\dfrac{16}{3}$

d) $\dfrac{20}{3}$

e) $\dfrac{1}{3}$

RESOLUÇÃO

Resolvendo a equação:

$\underbrace{3}_{a}x^2 \underbrace{-2}_{b}x \underbrace{-8}_{c} = 0$ **com a fórmula** $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$**, obteremos:**

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8)}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{6} \begin{cases} x = \dfrac{2 - 10}{6} = -\dfrac{4}{3} \\[2ex] x = \dfrac{2 + 10}{6} = 2 \end{cases}$$

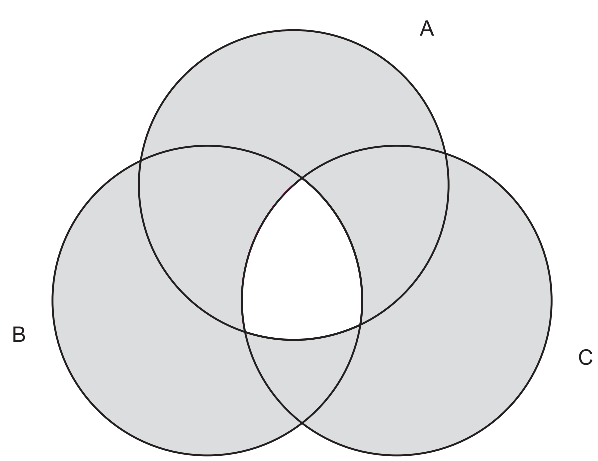
Se $x_1 < x_2$ **então** $x_1 = -\dfrac{4}{3}$ **e** $x_2 = 2$**, então, o valor do trinômio** $3x_2^2 - 2x_1 - 8$ **é igual a:**

$$3 \cdot 2^2 - 2 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - 8 = 12 + \frac{8}{3} - 8 = 4 + \frac{8}{3} = \frac{20}{3}$$

Resposta: D

QUESTÃO 22

(UFPA) – Observe a figura:



A parte hachurada da figura, onde $\mathbb{U}$ é o conjunto universo, e A, B, C são conjuntos representa:

a) $A \cup B \cup C$

b) $A \cap B \cap C$

c) $(A \cup B) \cup (A \cap C)$

d) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

e) $(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$

RESOLUÇÃO
A única parte não hachurada é a intersecção entre os conjuntos A, B, C. Assim temos a união entre os três conjuntos menos a intersecção entre os três conjuntos.
Resposta: E

QUESTÃO 23

Supondo a > 0, ao simplificar $a \,.\, \sqrt{a^{-1} . \sqrt{a^{-1} . \sqrt{a^{-1}}}}$, obtém-se:

a) $\sqrt[6]{\dfrac{1}{a}}$

b) $4a^{-1}$

c) a^{-1}

d) $\sqrt[8]{a}$

e) $\sqrt{a^{-1}}$

RESOLUÇÃO
Simplificando a expressão, observamos que:

$$a \,.\, \sqrt{a^{-1} . \sqrt{a^{-1} . \sqrt{a^{-1}}}} = \sqrt{a^2 . a^{-1} \sqrt{a^{-1} . \sqrt{a^{-1}}}} = \sqrt{a \sqrt{a^{-1} . \sqrt{a^{-1}}}} =$$

$$= \sqrt{\sqrt{a^2 . a^{-1} . \sqrt{a^{-1}}}} = \sqrt{\sqrt{a \sqrt{a^{-1}}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{a^2 . a^{-1}}}} = \sqrt[8]{a}$$

Resposta: D

QUESTÃO 24

(SARESP) – Um espião de guerra enviou ao seu comando a seguinte mensagem:

$$5n + 25 > 5500$$

$$-8n + 3501 > 210 - 5n$$

O comando sabia que a letra n representava o número de foguetes do inimigo. Fazendo os cálculos, o comando descobriu que o número de foguetes era igual a:

a) 1 094
b) 1 095
c) 1 096
d) 1 097
e) 1 098

RESOLUÇÃO

Resolvendo as inequações temos:

$$5n + 25 > 5\,500 \Leftrightarrow 5n > 5\,475 \Leftrightarrow n > 1\,095$$

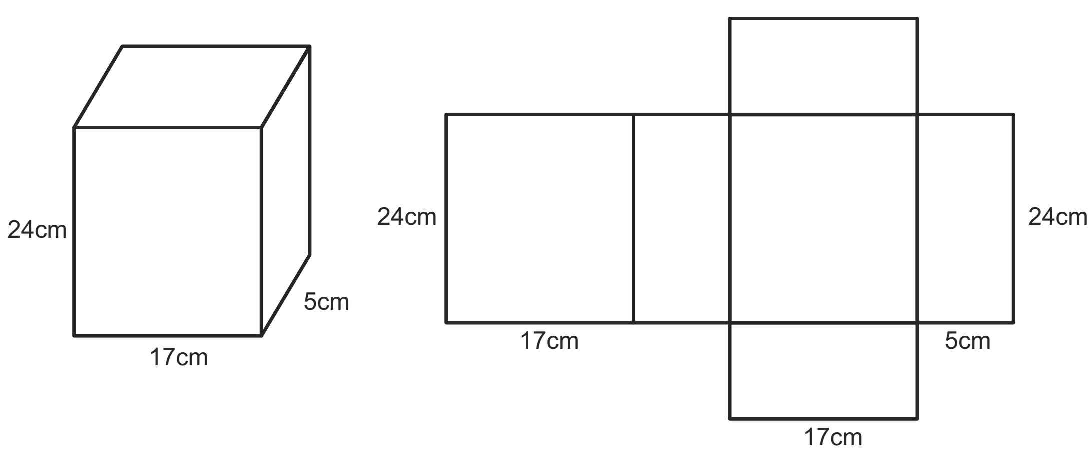
$$-8n + 3\,501 > 210 - 5n \Leftrightarrow -3n > -3\,291 \Leftrightarrow n < 1\,097$$

Se n > 1 095 e n < 1 097 então n = 1 096, pois n é inteiro.

Resposta: C

QUESTÃO 25

(SARESP – Adaptado) – A figura seguinte representa uma caixa na forma de paralelepípedo reto retângulo e sua planificação.



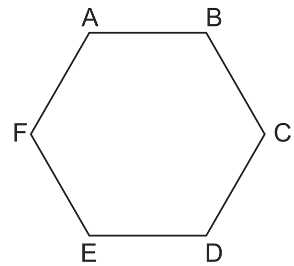
Sabendo-se que a caixa possui as medidas indicadas no desenho, o papelão necessário para montar a embalagem terá:

a) $1{,}226\text{m}^2$
b) $105\,600\text{mm}^2$
c) $10\,560\text{mm}^2$
d) $1{,}056\text{m}^2$
e) $122\,600\text{mm}^2$

RESOLUÇÃO
Para montar a caixa, serão necessários dois retângulos de 17cm por 24cm, dois retângulos de 5cm por 24cm e dois retângulos de 5cm por 17cm. No total serão necessários:
$(2 \times 17 \times 24 + 2 \times 5 \times 24 + 2 \times 5 \times 17)cm^2 = 1\,226cm^2$ de papelão. Como cada cm^2 equivale a $100mm^2$, serão necessários $122\,600mm^2$ de papelão.
Resposta: E

QUESTÃO 26

(SARESP) – Seis cidades estão localizadas nos vértices de um hexágono regular, como mostra a figura.



Há um projeto para interligá-las, duas a duas, por meio de estradas. Algumas dessas estradas correspondem aos lados do polígono e as demais correspondem às diagonais. Desse modo, o número de estradas a serem construídas é:

a) 9
b) 15
c) 18
d) 21
e) 24

RESOLUÇÃO
Calculando o número de diagonais do hexágono (6 lados) temos:

$$d = \frac{n\,(n-3)}{2}$$

$$d = \frac{\cancel{6}^{3}\,(6-3)}{\cancel{2}} = 3\,.\,3 = 9$$

Somando-se o número de diagonais com o número de lados do hexágono temos:
$9 + 6 = 15$
Resposta: B

QUESTÃO 27

Os atletas que participaram de um desfile entraram na quadra de esportes em grupos de 12 e saíram dela em grupo de 21. O número mínimo de atletas que havia no desfile possui somente:

a) 8 divisores naturais
b) 9 divisores naturais
c) 10 divisores naturais
d) 11 divisores naturais
e) 12 divisores naturais

RESOLUÇÃO

Se entraram na quadra em grupos de 12 e saíram em grupos de 21, sem sobrar nenhum atleta, o número mínimo de atletas é o m.m.c (12, 21).

Como:

$$\begin{array}{r|l} 12, 21 & 2 \\ 6, 21 & 2 \\ 3, 21 & 3 \ \times \\ 1, 7 & 7 \\ \hline 1, 1 & 84 \end{array}$$

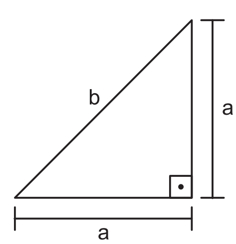
O conjunto de divisores positivos de 84 é:

D_+ (84) = {1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84}, com 12 elementos.

Resposta: E

QUESTÃO 28

Observe a figura.



Se b for igual a $6\sqrt{2}$ m então $\dfrac{a^2}{b}$ será igual a:

a) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ m

b) $300\sqrt{2}$ cm

c) $\dfrac{\sqrt{200}}{2}$ m

d) $300\sqrt{200}$ cm

e) $30\sqrt{2}$ cm

RESOLUÇÃO

Aplicando-se Pitágoras no triângulo retângulo da figura, em metros, temos aqui:

$(6\sqrt{2})^2 = a^2 + a^2$

$72 = 2a^2$

$a^2 = 36$

$a = \pm\sqrt{36}$

$a = 6$ **pois** $a > 0$

Assim

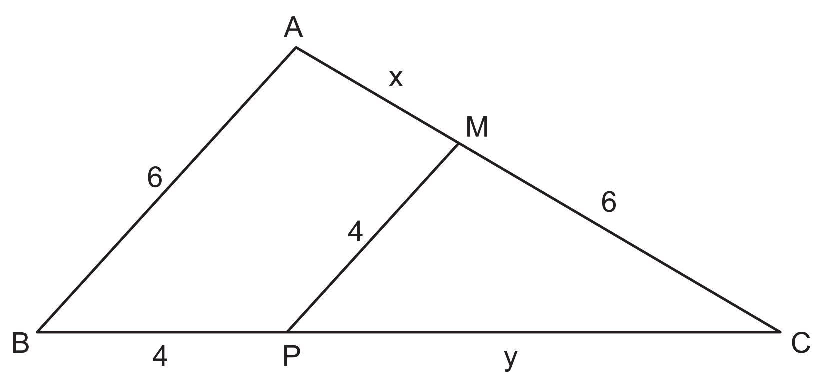
$\dfrac{a^2}{b}$ **é igual a:**

$$\frac{6^2\ m^2}{6\sqrt{2}\ m} = \frac{36 \,.\, \sqrt{2}}{12}\ m = 3\sqrt{2}\ m = 300\sqrt{2}\ cm$$

Resposta: B

QUESTÃO 29

Observe a figura



Seja, $\overline{MP} \,//\, \overline{AB}$ podemos afirmar que $\sqrt{x \,.\, y}$ é igual a:

a) $3\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{5}$

c) $2\sqrt{6}$

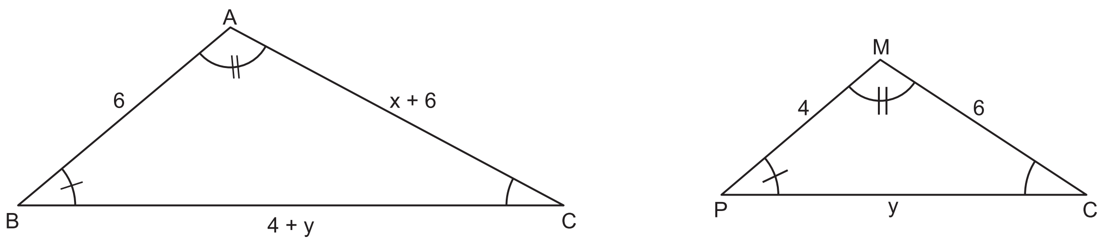
d) $2\sqrt{3}$

e) $3\sqrt{2}$

RESOLUÇÃO

Como $\overline{MP}$ // $\overline{AB}$, temos que ΔABC ~ ΔMPC (teorema fundamental da semelhança de triângulos).

Separando os triângulos, encontramos:



Escrevendo a proporção entre os lados homólogos, temos:

$$\frac{AB}{MP} = \frac{AC}{MC} = \frac{BC}{PC} \Leftrightarrow \frac{6}{4} = \frac{x+6}{6} = \frac{4+y}{y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+6) = 36 \Leftrightarrow 4x = 12 \\ 6y = 4(4+y) \Leftrightarrow 2y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 8 \end{cases}$$

Assim $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{3 \cdot 8} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

Resposta: C

QUESTÃO 30

Um feirante colocou à venda 900 ovos, distribuídos em caixas com 6 e 12 ovos. Se o número de caixas com 12 ovos supera em 15 unidades o número de caixas com 6 ovos, então o total de caixas utilizadas pelo feirante é

a) 80
b) 85
c) 90
d) 95
e) 100

RESOLUÇÃO

Se s for o número de caixas com 6 ovos e d o número de caixas com 12 ovos, então:

$$\begin{cases} d = s + 15 \\ 6s + 12d = 900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = s + 15 \\ 6s + 12(s + 15) = 900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = s + 15 \\ 18s = 720 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 40 \\ d = 55 \end{cases} \Rightarrow s + d = 95$$

Resposta: D