Nome: ______________________ Nº: __________
Endereço: ______________________ Data: __________
Telefone: ______________ *E-mail:* ______________________

Colégio OBJETIVO

PARA QUEM CURSA A 2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO EM 2018

Disciplina:	Prova:	NOTA:
MATEMÁTICA	**DESAFIO**	

QUESTÃO 16

Na primeira figura, os números foram colocados obedecendo a um determinado padrão.

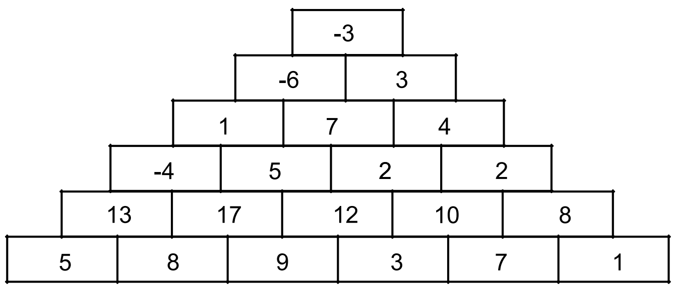


Figura I

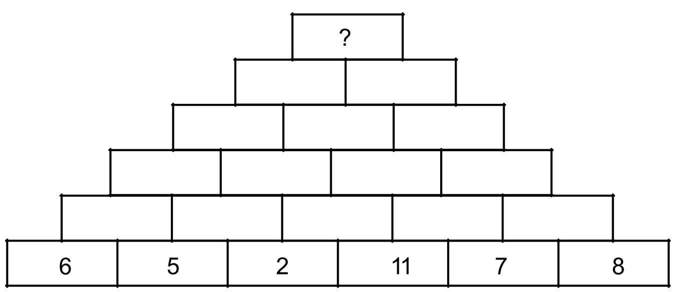


Figura II

Seguindo o mesmo padrão e completando a segunda figura, determine o número que deve ser colocado no retângulo onde se encontra a interrogação.

a) 11
b) 2
c) – 7
d) 0
e) – 2

RESOLUÇÃO

I. Cada elemento da 5.ª linha é a soma dos 2 números da 6.ª linha imediatamente abaixo. Ex. 13 = 5 + 8; 17 = 8 + 9; 12 = 9 + 3 etc.

II. Cada elemento da 4ª- linha é a diferença entre os dois números da 5ª- linha imediatamente abaixo; sempre o "da esquerda" menos o "da direita". Ex.: – 4 = 13 – 17; 5 = 17 – 12; 2 = 12 – 10; 2 = 10 – 8

III. Repete-se o mesmo esquema para as três primeiras linhas.
IV. Mantendo-se o mesmo padrão na figur II, obtém-se:

0					
9	-9				
-2	-11	-2			
4	-6	-5	3		
11	7	13	18	15	
6	5	2	11	7	8

Resposta: D

QUESTÃO 17

Um supermercado está fazendo uma promoção na venda de tomates. Para compras acima de quatro quilogramas, é dado um desconto de 10% no preço dos quilogramas que excedem quatro quilogramas. Sabendo-se que o preço de um quilograma de tomate é R$ 1,50, o preço de x quilogramas de tomates é dado por:

a) $\begin{cases} p\,(x) = 1{,}50\,x, \text{ se } 0 \le x \le 4 \\ p\,(x) = 6{,}00 + 1{,}35\,x, \text{ se } x > 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} p\,(x) = 1{,}50\,x, \text{ se } 0 \le x \le 4 \\ p\,(x) = 1{,}35\,x + 0{,}60, \text{ se } x > 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} p\,(x) = 6\,x, \text{ se } 0 \le x \le 4 \\ p\,(x) = 6{,}00 + 1{,}35\,x, \text{ se } x > 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} p\,(x) = x + 1{,}50, \text{ se } 0 \le x \le 4 \\ p\,(x) = 6{,}00 + 1{,}35\,x, \text{ se } x > 4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} p\,(x) = 1{,}50\,x, \text{ se } 0 \le x \le 4 \\ p\,(x) = 1{,}35\,x + 4{,}00, \text{ se } x > 4 \end{cases}$

RESOLUÇÃO

II. Se $0 \le x \le 4$, então $p\,(x) = 1{,}50 \,.\, x$

II. Se $x > 4$, então:

$p(x) = 1{,}5 \,.\, 4 + 0{,}9 \,.\, 1{,}5 \,.\, (x - 4) \Leftrightarrow p(x) = 6 + 1{,}35\,(x - 4) \Leftrightarrow p(x) = 6 + 1{,}35x - 5{,}4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow p(x) = 1{,}35x + 0{,}6$

Resposta: B

QUESTÃO 18

(VUNESP) – As inscrições para um congresso custam R$ 100,00 se forem feitas antes do mês de outubro e R$ 120,00 a partir de 1 de outubro. No total, foram feitas três vezes mais inscrições antes do mês de outubro do que a partir do dia 1 de outubro. Sabendo-se que a arrecadação com as incrições para esse congresso totalizaram R$ 55440,00, conclui-se que o número total de inscrições foi de:

a) 402
b) 438
c) 476
d) 500
e) 528

RESOLUÇÃO

I. Se "x" for o número de inscrições feitas a partir de 1 de outubro, então "3x" é o número das que foram feitas antes de outubro.
II. As incrições feitas antes de outubro custaram R$ 100,00; as outras, R$ 120,00.
III. A arrecadação total foi de R$ 55440,00 e, portanto,
$3x \cdot 100 + x \cdot 120 = 55440 \Leftrightarrow 420x = 55440 \Leftrightarrow x = 132$
IV. O número total de incrições foi:
$x + 3x = 4x$ e, portanto, $4.132 = 528$.
Resposta: E

QUESTÃO 19

Os três menores lados de um polígono irregular de 7 lados são expressos, em ordem crescente, por "x+1", "2x + 1" e "4x – 1" com $x \in \mathbb{R}$. Sabendo-se que todos os lados desse polígono, com suas medidas organizadas em ordem crescente de comprimento, formam uma progressão aritmética e que o perímetro do polígono é 63cm, a razão r da progressão formada pelos lados do polígono é:

a) 3/2
b) 1/2
c) 1
d) 2
e) 3

RESOLUÇÃO

Se $(x + 1; 2x + 1; 4x - 1; \ldots)$ forem os três primeiros termos de uma progressão aritmética, então:
$2(2x + 1) = (x + 1) + (4x - 1) \Leftrightarrow x = 2$
A progressão é $(3; 5; 7; \ldots)$ e a razão é 2.
Resposta: D

QUESTÃO 20

O visor de LCD de certa calculadora está com defeito, de modo que alguns algarismos, marcados com um quadrado na figura, não aparecem.

$$\begin{array}{r} 2\ 9\ 3\ \square \\ \times\ 3 \\ \hline 8\ \square\ 0\ 2 \end{array}$$

Supondo-se que os outros algarismos aparecem corretamente e de acordo com a operação aritmética indicada, a soma dos dois algarismos que não aparecem no visor é:

a) 12
b) 13
c) 14
d) 15
e) 16

RESOLUÇÃO

Representando por "a" e "b" os dois algarismos, temos:

I.
$$\begin{array}{r} 2\ 9\ 3\ a \\ \times\ 3 \\ \hline 8\ b\ 0\ 2 \end{array}$$

II. $3a = \dots 2 \Rightarrow a = 4$

III.
$$\begin{array}{r} 2\ 9\ 3\ \boxed{4} \\ \times\ 3 \\ \hline 8\ \boxed{8}\ 0\ 2 \end{array}$$

IV. $a = 4$, $b = 8$ e $a + b = 12$

Resposta: A

QUESTÃO 21

Dentre as unidades do DECEA, há quatro Centros Integrados de Defesa Aérea e Controle de Tráfego Aéreo (CINDACTA). Dois desses Centros, o CINDACTA III e o CINDACTA IV, são responsáveis pelo controle e gerenciamento do espaço aéreo de uma área que totaliza 18,7 milhões de km^2. A área de atuação do CINDACTA III, entretanto, é bem maior que a do IV, superando em 3,1 milhões de km^2 o dobro da área de atuação do CINDACTA IV. Sendo assim, qual é, em milhões de km^2, a área de atuação do CINDACTA III?

a) 5,2
b) 7,8
c) 10,9
d) 11,5
e) 13,5

RESOLUÇÃO

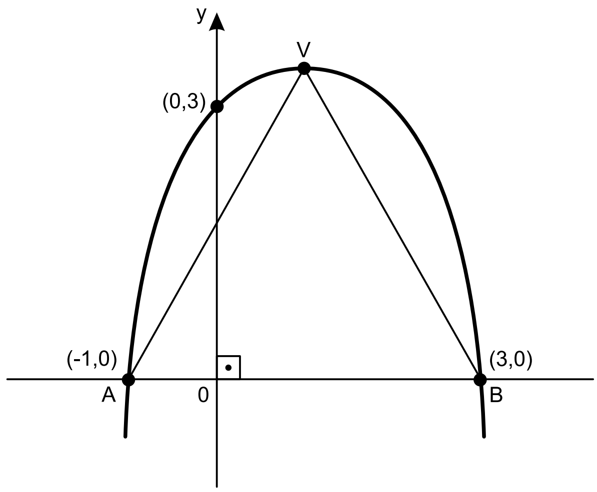
Se "T" e "Q" forem, respectivamente, as áreas de atuação do CINDACTA III e IV, em milhões de km^2, então:

$$\begin{cases} T + Q = 18{,}7 \\ T = 2Q + 3{,}1 \end{cases} \Rightarrow T = 2 \,.\, (18{,}7 - T) + 3{,}1 \Leftrightarrow T = 37{,}4 - 2T + 3{,}1 \Leftrightarrow 3T = 40{,}5 \Leftrightarrow T = 13{,}5$$

Resposta: E

QUESTÃO 22

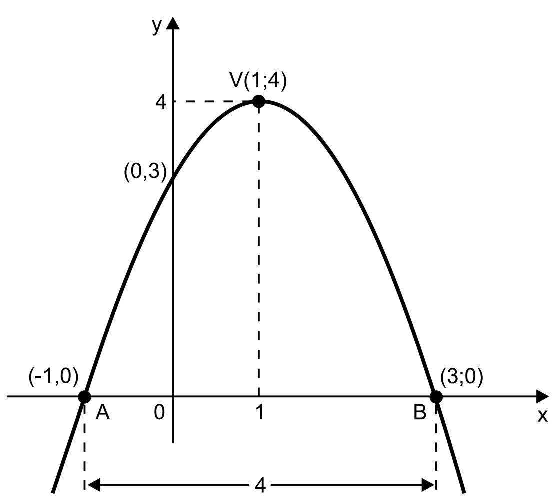
(VUNESP) – Na figura, tem-se o gráfico de uma parábola.



Os vértices do triângulo **AVB** estão sobre a parábola, sendo que os vértices **A** e **B** estão sobre o eixo das abscissas e o vértice **V** é o ponto máximo da parábola. A área do triângulo **AVB**, cujas medidas dos lados estão em centímetros, é, em centímetros quadrados, igual a:

a) 8
b) 9
c) 12
d) 14
e) 16

RESOLUÇÃO



I. A equação da parábola na forma fatorada é y = a(x + 1)(x – 3) e o ponto (0,3) pertence à parábola.

Assim:
$3 = a(0 + 1)(0 - 3) \Leftrightarrow -3a = 3 \Leftrightarrow a = -1$

II. $y = -1.(x + 1)(x - 3)$

III. A abscissa do vértice é $\dfrac{-1 + 3}{2} = 1$

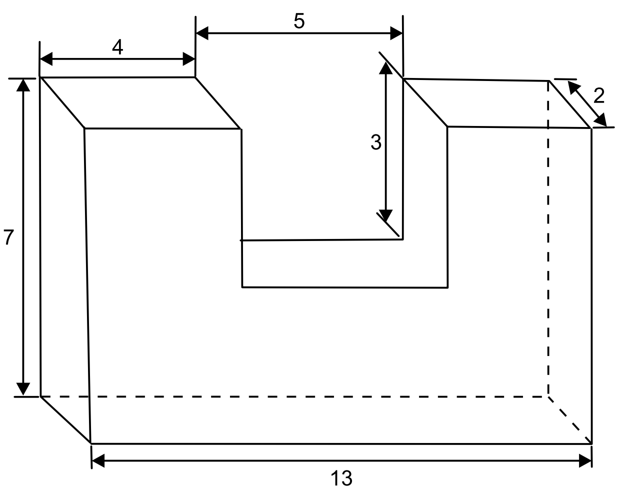
IV. A ordenada do vértice é $-1.(1 + 1)(1 - 3) = 4$
V. O vértice é o ponto V(1; 4)

VI. A área do triângulo "AVB" é $\dfrac{4 \,.\, 4}{2} = 8$

Resposta: A

QUESTÃO 23

Um profissional construiu a maquete da figura em gesso, usando as medidas em u.c. e, em seguida, calculou a área total.



O valor, em u.a., encontrado foi
a) 288
b) 244
c) 144
d) 122
e) 72

RESOLUÇÃO
A área pedida, em u.a., é:
$2.(13 + 7 + 7 + 4 + 4 + 3 + 3 + 5) + 2.(13 \,.\, 7 - 3 \,.\, 5) = 2.46 + 2.76 = 2(46 + 76) = 2.122 = 244$
Resposta: B

QUESTÃO 24

Certos vírus, quando submetidos a algumas doses de raios X, perdem sua capacidade de reprodução dentro das células do corpo humano, ficando, portanto, inativos. A expressão $P = P_0 \,.\, e^{-0,6d}$ representa a quantidade de vírus que sobrevivem às doses de raios X, sendo **P** o número de vírus sobreviventes, $\mathbf{P_0}$ o número de vírus iniciais e **d** o número de doses de raios X.

Considere os dados:

$\log_e 0,09 = -2,40$

$\log_e 0,90 = -0,10$

$\log_e 0,91 = -0,09$

O número de doses de raios X necessárias para inativar 91% dos vírus iniciais é:

a) 3

b) 4

c) 6

d) 5

e) 2

RESOLUÇÃO

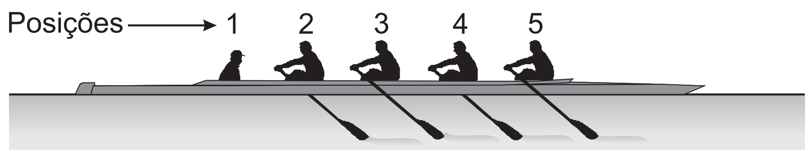
Desativando 91% dos vírus, o número de vírus sobreviventes é 9%.$\mathbf{P_0}$. Assim:

$\mathbf{9\% \,.\, P_0 = P_0 \,.\, e^{-0,6d} \Leftrightarrow 0,09 = e^{-0,6d} \Leftrightarrow \log_e (0,09) = -0,6d \Leftrightarrow -2,4 = -0,6d \Leftrightarrow d = 4}$

Resposta: B

QUESTÃO 25

Cinco amigos, entre eles, Pedro, José e Antônio, estão treinando para uma competição de remo. A figura mostra as posições dos atletas no barco.



Pedro e José são os únicos que podem ocupar a posição **1** e Antônio nunca senta na posição **3**. Nessas condições, o número de maneiras distintas que esses amigos poderão se sentar no barco será:

a) 144

b) 72

c) 36

d) 18

e) 9

RESOLUÇÃO

O número de maneiras distintas é:

$2 \,.\, 3 \,.\, P_3 = 6 \,.\, 3! = 36$

Resposta: C

QUESTÃO 26

Os alunos de uma escola foram divididos igualmente em 20 salas. 30% das salas possuem exatamente 40% de meninas. 40% das salas possuem exatamente 20% de meninas. 30% das salas possuem exatamente 60% de meninas. Se o total de alunos que são do sexo feminino nessa escola é 380, então o número total de alunos do colégio é:

a) 1000
b) 1200
c) 1300
d) 1400
e) 1500

RESOLUÇÃO

Se "n" for o número de alunos de cada sala, então:

	Número de mulheres	**Número de homens**	**Total**
Em 6 salas	**6 . 0,4 n = 2,4 n**	**6 . 0,6 n = 3,6 n**	**6 n**
Em 8 salas	**8 . 0,2 n = 1,6 n**	**8 . 0,8 n = 6,4 n**	**8 n**
Em 6 salas	**6 . 0,6 n = 3,6 n**	**6 . 0,4 n = 2,4 n**	**6 n**
Total	**7,6 n**	**12,4 n**	**20 n**

Assim, 7,6n = 380 ⇔ n = 50.

O número total de alunos da escola é: 20 . 50 = 1000

Resposta: A

QUESTÃO 27

A despesa mensal de uma empresa na produção de um bem é composta por uma parcela fixa e uma parcela variável, proporcional ao número de peças produzidas.

Sabe-se que:

- o custo unitário de produção dessas peças é de R$ 1,50.
- o preço unitário de venda das peças produzidas é de R$ 2,40.
- não há lucro nem prejuízo na produção de 800 unidades mensais.

Com base nessas informações e sabendo-se que a empresa investe (não necessariamente na produção das peças) mensalmente R$ 95000,00, pode-se afirmar que a produção mensal mínima, para que o lucro mensal total nas vendas seja de, pelo menos, 8% do valor investido no mês, é de n peças, para n igual a:

a) 9074
b) 9120
c) 9245
d) 9400
e) 9502

RESOLUÇÃO

Se C(n) e V(n) forem o custo e a arrecadação na produção e venda de "n" peças e L(n) o lucro correspondente, então:

I. $\begin{cases} C(n) = k + 1,5\,n, \text{ onde } k \text{ é a parcela fixa.} \\ V(n) = 2,4\,n \end{cases}$

II. $L(n) = V(n) - C(n) = 2,4n - (k + 1,5n) \Rightarrow L(n) = -k + 0,9n$

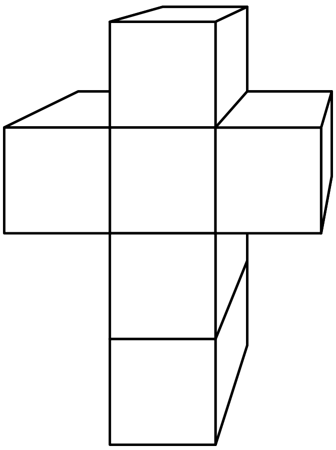
III. Para n = 800, temos L(800) = 0 e, portanto:
$-k + 0,9 \,.\, 800 = 0 \Leftrightarrow k = 720$

IV. $L(n) = -720 + 0,9n \geq 8\% \,.\, 95000 \Rightarrow -720 + 0,9n \geq 7600 \Rightarrow 0,9n \geq 8320 \Rightarrow n \geq 9244,444...$

V. A produção mensal mínima deve ser de 9245.

Resposta: C

QUESTÃO 28
Considere uma cruz formada por 6 cubos idênticos e justapostos, como na figura a seguir.



Sabendo-se que a área total da cruz é de 416 cm^2, pode-se afirmar que o volume de cada cubo é igual a:
Obs.: O volume do cubo de aresta ℓ é ℓ^3.
a) 16 cm^3
b) 64 cm^3
c) 69 cm^3
d) 26 cm^3
e) 27 cm^3

RESOLUÇÃO
Se "ℓ" for a aresta de cada face dos cubos, em centímetros, então:
$26 \cdot \ell^2 = 416 \Leftrightarrow \ell^2 = 16 \Leftrightarrow \ell = 4$
O volume de cada cubo, em centímetros cúbicos, é:
$4^3 = 64$
Resposta: B

Enunciado para as questões **29** e **30**.

Ao se tomar, por via oral, uma pílula de 100 mg de um remédio para asma, supondo que, no sangue, ainda não haja nenhum vestígio desse remédio, a quantidade total **(Q)** que passa para o fluxo sanguíneo, em miligramas e após **t** minutos, é:
$Q = 100 \,.\, (1 - 0{,}9^t)$, para $0 \leq t \leq 20$.

Dados: log 3 = 0,48 e log 2 = 0,30

QUESTÃO 29

O tempo necessário e suficiente para que 50 mg de remédio passe para o fluxo sanguíneo é:
a) 5 minutos.
b) 5 minutos e 30 segundos.
c) 6 minutos e 20 segundos.
d) 7 minutos.
e) 7 minutos e 30 segundos.

RESOLUÇÃO

$$50 = 100 \,.\, (1 - 0{,}9^t) \Leftrightarrow 1 - 0{,}9^t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0{,}9^t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t \,.\, \log 0{,}9 = \log \left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t \,.\, (\log 9 - \log 10) = \log 1 - \log 2 \Leftrightarrow t \,.\, (2 \,.\, \log 3 - 1) = -\log 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-0{,}30}{2 \,.\, 0{,}48 - 1} = \frac{-0{,}3}{-0{,}04} = \frac{15}{2} = 7{,}5$$

O tempo pedido é 7,5 min = 7 min30 seg.
Resposta: E

QUESTÃO 30

Sabe-se que um paciente, ao ingerir esse remédio, sairá de uma crise de asma quando, no fluxo sanguíneo, existirem, pelo menos, 75 mg desse remédio. Um paciente asmático que ingeriu uma dessas pílulas sairá da crise depois de:

a) 10 minutos.
b) 13 minutos.
c) 15 minutos.
d) 16 minutos.
e) 18 minutos.

RESOLUÇÃO

7,5 minutos são necessários, e suficientes, para que metade do remédio (50 mg) passe para o fluxo sanguíneo. Com mais 7,5 minutos, a metade de 50 mg será transferida para o sangue. Após 15 minutos, portanto, no fluxo sanguíneo do paciente haverá 50 mg + 25 mg = 75 mg de remédio.

Resposta: C