Nome: ______________________________ N.º: ________

Endereço: ______________________________ Data: ________

Telefone: ______________ *E-mail:* ______________________

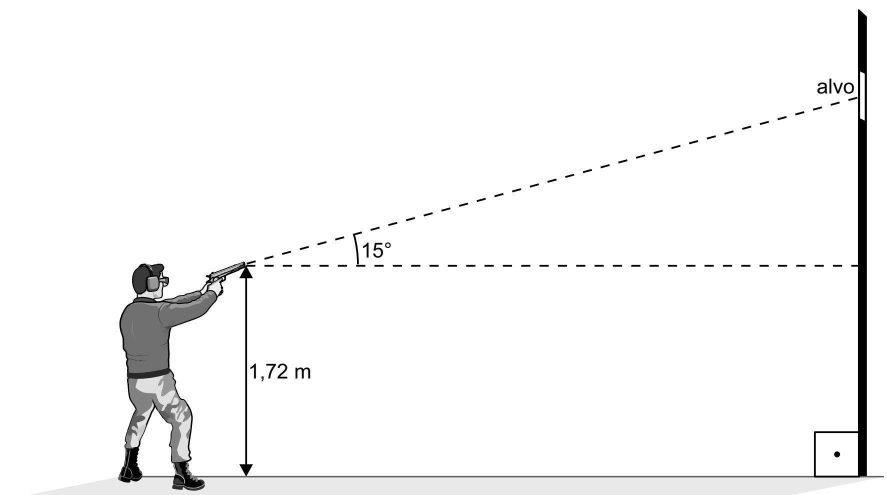
Colégio OBJETIVO

PARA QUEM CURSA A 2.ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO EM 2016

Disciplina: MATEMÁTICA	Prova: DESAFIO	NOTA:

QUESTÃO 16

Num exercício de tiro, um atirador, de pé, observa o alvo que está numa parede cuja base se situa a 78 m do atirador. O alvo é observado sob um ângulo de 15° e de uma altura de 1,72 m em relação à horizontal, como mostra a figura a seguir:



Dado: tg 15° = 0,27

Nesse caso, a distância do alvo ao chão é de, aproximadamente:

a) 20,02 m

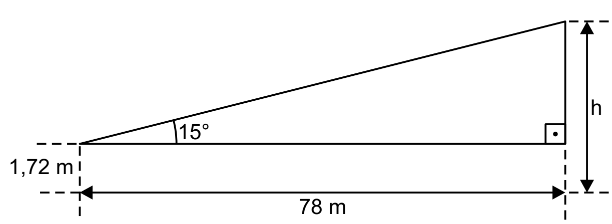
b) 22,78 m

c) 19,13 m

d) 18,93 m

e) 16,46 m

RESOLUÇÃO



$$\textbf{tg 15} = \frac{h - 1,72}{78} = 0,27$$

$h - 1,72 = 21,06$

$h = 22,78$

Resposta: B

QUESTÃO 17

Considere os resultados da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - 2008 e os números de medalhas dos alunos de Piauí, Ceará e Maranhão, apresentados no quadro a seguir:

	Ceará	**Maranhão**	**Piauí**	**Totais**
Ouro	19	1	1	21
Prata	31	7	8	46
Bronze	47	20	20	87
Totais	97	28	29	154

Qual é a probabilidade de se escolher, entre esses alunos, um que seja do Piauí, dado que ele tenha recebido medalha de prata?

a) $\frac{8}{29}$ b) $\frac{31}{29}$ c) $\frac{29}{46}$ d) $\frac{8}{31}$ e) $\frac{8}{46}$

RESOLUÇÃO

I. O número total de alunos que receberam medalha de prata é 46.

II. Dos 46 alunos do item (I), apenas 8 são do Piauí.

III. A probabilidade pedida é $\frac{8}{46}$.

Resposta: E

QUESTÃO 18

Numa escola pública do estado de São Paulo, verificou-se que apenas 60% dos alunos são moças e, dessas, 25% são loiras, 50% têm cabelos castanhos e 25% têm cabelos pretos. Dos rapazes, 20% são loiros, 30% têm cabelos castanhos e 50% têm cabelos pretos. Escolhendo-se, ao acaso, um dos alunos dessa escola, a probabilidade de a pessoa escolhida ser loira é:

a) 20%
b) 23%
c) 35%
d) 40%
e) 45%

RESOLUÇÃO

Escolhendo um universo de 100 alunos dessa escola, de acordo com o enunciado, podemos formar a seguinte tabela.

	Moças	Rapazes	Total
Cabelos loiros	**15**	**8**	**23**
Cabelos castanhos	**30**	**12**	**42**
Cabelos pretos	**15**	**20**	**35**
Total	**60**	**40**	**100**

Desse universo de 100 alunos, a quantidade de pessoas loiras é, exatamente, 23. A probabilidade de isso acontecer é, pois, $\frac{23}{100} = 23\%$.

Resposta: B

QUESTÃO 19

Renato contratou um empréstimo de R$ 1 400,00, para pagar um mês depois, com juros de 15% ao mês. No final do mês, não podendo pagar o total, deu por conta apenas R$ 750,00 e, para o restante, firmou um novo contrato nas mesmas bases do anterior, o qual foi pago integralmente um mês depois. O valor do último pagamento foi de:

a) R$ 889,00
b) R$ 939,00
c) R$ 989,00
d) R$ 1 009,00
e) R$ 1 142,00

RESOLUÇÃO

I. O valor da dívida um mês depois do contrato inicial era:
1,15 . R$ 1400,00 = R$ 1610,00.

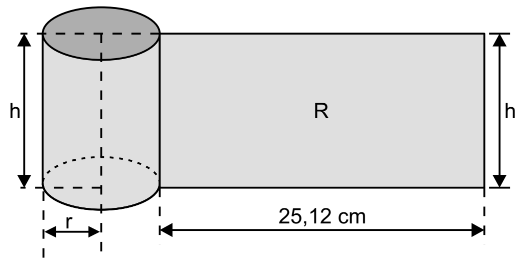
II. Após o pagamento de R$ 750,00, a dívida passou a ser de R$ 860,00.

III. O valor dessa dívida foi integralmente pago um mês depois, nas mesmas condições do empréstimo anterior. O valor pago foi, portanto: 1,15 . R$ 860,00 = R$ 989,00.

Resposta: C

QUESTÃO 20

Observe a figura a seguir.



Para identificar corretamente a formulação de um determinado medicamento, um rótulo retangular **R**, que tem 251,2 cm^2, será colado em um recipiente com a forma de um cilindro circular reto, contornando-o totalmente, até as extremidades se encontrarem, sem haver superposição. O volume desse recipiente, desprezando-se a sua espessura, é igual a:

Dado: $\pi = 3,14$

a) 100π cm^3
b) 140π cm^3
c) 160π cm^3
d) 250π cm^3
e) 360π cm^3

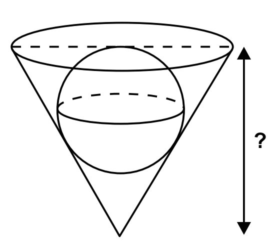
RESOLUÇÃO

I. $25,12 \cdot h = 251,2 \Leftrightarrow h = 10$ (em cm)
II. $2\pi \cdot r = 25,12 \Leftrightarrow r = (25,12) : (2 \cdot 3,14) = 4$ (em cm)
III. O volume do recipiente, em centímetros cúbicos, é:
$\pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi$

Resposta: C

QUESTÃO 21

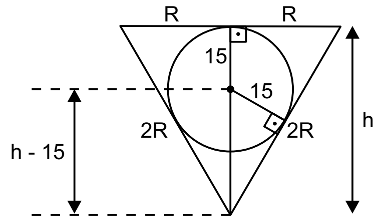
Uma bola de raio igual a 15 mm caiu num buraco de forma cônica de base circular e ficou completamente encaixada, como se pode ver no esquema da figura a seguir.



Nesse esquema, a secção do cone determinada por um plano que passe pelo centro da bola e pelo vértice do cone é um triângulo equilátero. Qual é a profundidade do buraco?

a) $30\sqrt{2}$ mm
b) $25\sqrt{3}$ mm
c) 45 mm
d) 60 mm
e) $60(\sqrt{3} - 1)$ mm

RESOLUÇÃO



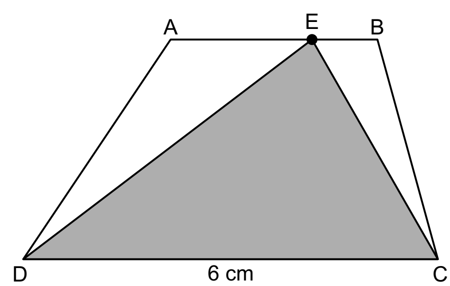
Se *h*, em milímetros, for a profundidade e *R*, o raio da base do cone, então:

$$\frac{15}{R} = \frac{h-15}{2R} \Leftrightarrow 15 = \frac{h-15}{2} \Leftrightarrow 30 = h - 15 \Leftrightarrow h = 45$$

Resposta: C

QUESTÃO 22

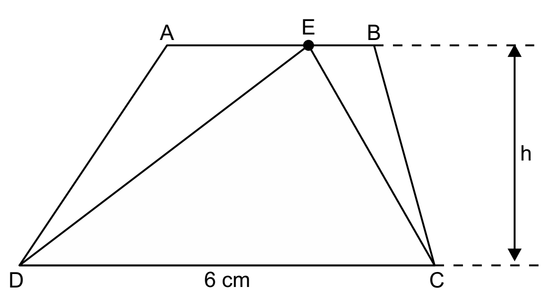
No trapézio **ABCD**, em que a base maior $\overline{CD}$ mede 6 cm, **E** é um ponto da base menor $\overline{AB}$,



Se a área do triângulo **CDE** é $\frac{3}{5}$, da área do trapézio **ABCD**, então a medida da base menor $\overline{AB}$ em centímetros, é igual a:

a) 2,5 b) 3,0 c) 3,5 d) 4,0 e) 4,5

RESOLUÇÃO



Se *h* for a medida da altura do triângulo *CDE* e do trapézio *ABCD*, então:

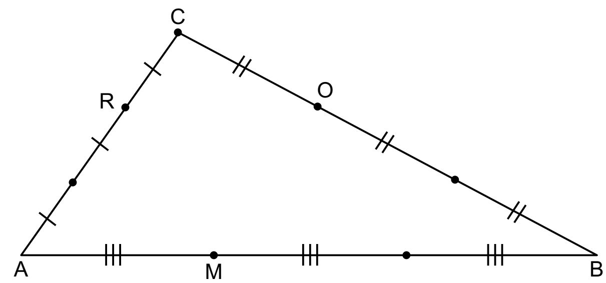
$$S_{CDE} = \frac{3}{5} S_{ABCD} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot h = \frac{3}{5} \cdot \frac{6 + AB}{2} \cdot h \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{2} = \frac{3(6 + AB)}{10} \Leftrightarrow 6 + AB = 10 \Leftrightarrow AB = 4$$

Resposta: D

QUESTÃO 23

A figura a seguir representa um triângulo **ABC** e o paralelogramo **AMOR** de áreas, respectivamente, $\mathbf{S_1}$ e $\mathbf{S_2}$.



A relação entre $\mathbf{S_1}$ e $\mathbf{S_2}$ é expressa por:

a) $S_2 = \dfrac{1}{2} S_1$

b) $S_2 = \dfrac{1}{4} S_1$

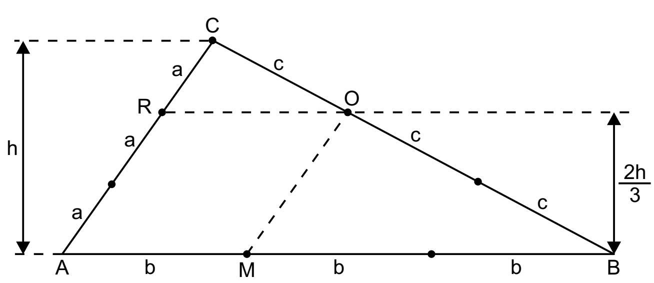
c) $S_2 = \dfrac{1}{9} S_1$

d) $S_2 = \dfrac{4}{9} S_1$

e) $S_2 = \dfrac{4}{13} S_1$

RESOLUÇÃO

Sendo h a altura do triângulo ABC, temos:



I. A área do triângulo ABC é:

$$\mathbf{S_1 = \dfrac{3b \,.\, h}{2}}$$

II. A área do paralelogramo *AMOR* é:

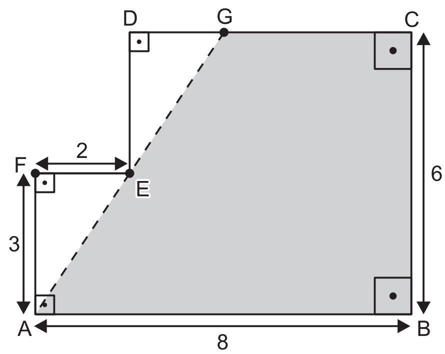
$$\mathbf{S_2 = b \,.\, \dfrac{2h}{3} = \dfrac{2bh}{3}}$$

$$\text{III. } \frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{2bh}{3}}{\frac{3bh}{2}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Leftrightarrow S_2 = \frac{4}{9}\, S_1$$

Resposta: D

QUESTÃO 24

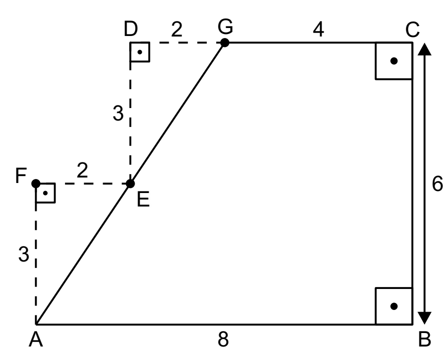
A figura a seguir apresenta um polígono **ABCDEF**, no qual dois lados consecutivos quaisquer são perpendiculares. O ponto **G** está sobre o lado **CD** e sobre a reta que passa por **A** e **E**. Os comprimentos de alguns lados estão indicados em centímetros.



Qual é a área do polígono **ABCG**?

a) 36 cm^2
b) 37 cm^2
c) 38 cm^2
d) 39 cm^2
e) 40 cm^2

RESOLUÇÃO



Comprimentos em cm e áreas em cm^2:

I. Os triângulos "AEF" e "EGD" são côngruos, pois são semelhantes, e AF = ED = 3

II. DG = FE = 2

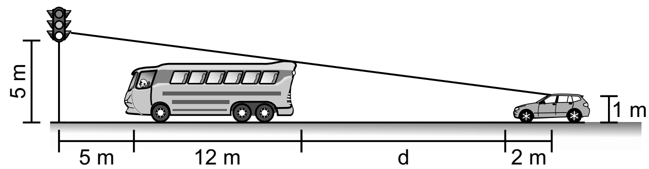
III. CG = 8 – 2 – 2 = 4

IV. A área do trapézio ABCG é: $\frac{8 + 4}{2} \cdot 6 = 6 \cdot 6 = 36$

Resposta: A

QUESTÃO 25

Em uma rua, um ônibus com 12 m de comprimento e 3 m de altura está parado a 5 m de distância da base de um semáforo, o qual está a 5 m do chão. Atrás do ônibus, para um carro, cujo motorista tem os olhos a 1 m do chão e a 2 m da parte frontal do carro, conforme indica a figura a seguir.



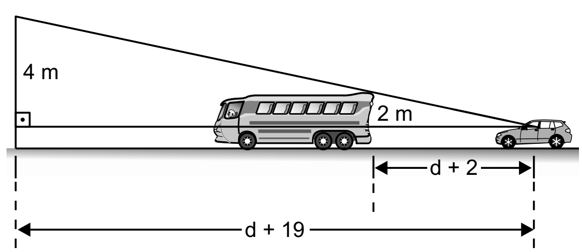
Determine a menor distância (d) a que o carro pode ficar do ônibus, de modo que o motorista possa enxergar o semáforo inteiro.

a) 13,5 m b) 14,0 m c) 14,5 m d) 15,0 m e) 15,5 m

RESOLUÇÃO

Da semelhança entre os triângulos retângulos da figura, obtém-se:

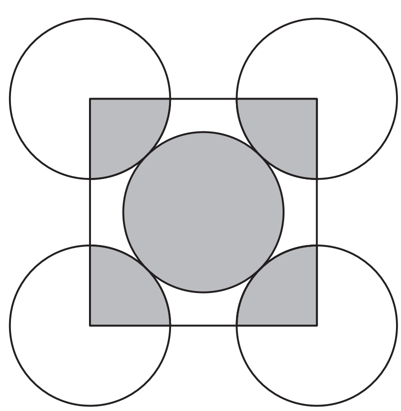
$$\frac{d + 19}{d + 2} = \frac{4}{2} \Leftrightarrow d + 19 = 2(d + 2) \Leftrightarrow d + 19 = 2d + 4 \Leftrightarrow d = 15$$



Resposta: D

QUESTÃO 26

No diagrama a seguir, os cinco círculos têm o mesmo raio e tocam-se.



O quadrado tem os seus vértices coincidentes com os centros dos quatro círculos exteriores. A razão entre a área sombreada dos cinco círculos e a área da região não sombreada dos cinco círculos é:

a) 1:3 b) 1:4 c) 2:5 d) 2:3 e) 5:4

RESOLUÇÃO

I. A área sombreada dos cinco círculos de raio "r" é: $\pi r^2 + 4 \cdot \dfrac{\pi r^2}{4} = \pi r^2 + \pi r^2 = 2 \pi r^2$

II. A área da região não sombreada dos cinco círculos de raio r é $4 \cdot \left(\dfrac{3}{4} \pi r^2\right) = 3 \pi r^2$

III. A razão é $(2 \pi r^2) \div (3\pi r^2) = 2 \div 3 = 2 : 3$
Resposta: D

QUESTÃO 27

Em uma caixa de leite semidesnatado, encontram-se as seguintes informações:

Cada 200 mililitros de leite	**Correspondem a...**
Quantidade de gordura	2 gramas, 4% da recomendação diária
Quantidade de proteína	6 gramas, 8% da recomendação diária
Quantidade de cálcio	240 miligramas, 24% da recomendação diária

Com esses dados, pode-se fazer uma tabela com a quantidade diária recomendada de cada um desses elementos.

Recomendação diária	
Quantidade de gordura	**X** gramas
Quantidade de proteína	**Y** gramas
Quantidade de cálcio	1 000 miligramas

Nessas condições, **X** e **Y** valem, respectivamente:

a) 48 e 72
b) 48 e 75
c) 50 e 75
d) 50 e 85
e) 50 e 92

RESOLUÇÃO

Em gramas, temos:

I. $4\% \cdot X = 2 \Leftrightarrow X = \dfrac{2}{0{,}04} = 50$

II. $8\% \cdot Y = 6 \Leftrightarrow Y = \dfrac{6}{0{,}08} = 75$

Resposta: C

QUESTÃO 28

O desenvolvimento da gestação de uma determinada criança, que nasceu com 40 semanas, 50,6 cm de altura e com 3 446 gramas de massa, foi modelado, a partir da 20.ª semana, aproximadamente, pelas funções matemáticas:

$h(t) = 1{,}5t - 9{,}4$ e
$p(t) = 3{,}8t^2 - 72t + 246$,

em que **t** indica o tempo em semanas, $t \geq 20$, **h(t)** a altura em centímetros e **p(t)** a massa em gramas.
Admitindo-se o modelo matemático, determine quantos gramas tinha esse feto, quando sua altura era 35,6 cm.

a) 1506
b) 1720
c) 1840
d) 2120
e) 2480

RESOLUÇÃO

I. $h(t) = 1{,}5t - 9{,}4 = 35{,}6 \Rightarrow 1{,}5t = 45 \Leftrightarrow t = 30$

II. $p(t) = 3{,}8t^2 - 72t + 246 \Rightarrow p(30) = 3{,}8 \cdot 30^2 - 72 \cdot 30 + 246 \Leftrightarrow p(30) = 1506$

Resposta: A

QUESTÃO 29

Dia 20 de julho de 2008 foi um domingo. Três mil dias após essa data, o dia da semana será:

a) uma quinta-feira.
b) uma sexta-feira.
c) um sábado.
d) um domingo.
e) uma segunda-feira.

RESOLUÇÃO

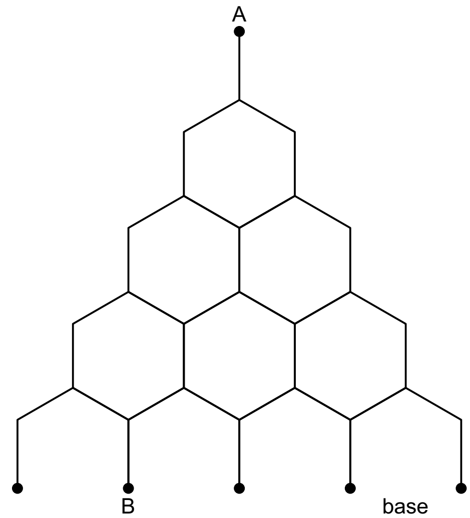
Observando que $\begin{array}{r|l} 3\,000 & 7 \\ \hline 4 & 428 \end{array} \Leftrightarrow 3\,000 = 428 \cdot 7 + 4$**, concluímos que, daqui a 3 000 dias,**

ter-se-ão se passado 428 semanas e quatro dias. Assim sendo, se o dia 20/07/2008 foi um domingo, então 3 000 dias depois será quatro dias após um domingo e, portanto, uma quinta-feira

Resposta: A

QUESTÃO 30

O desenho a seguir representa um tabuleiro inclinado, no qual uma bola lançada desde o ponto A despenca até atingir um dos cinco pontos da base. Em cada bifurcação do tabuleiro, a probabilidade da bola ir para a esquerda ou para a direita é a mesma.



Com essas informações, a probabilidade de uma bola lançada desde o ponto **A** atingir o ponto **B** é:

a) $1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$

b) $2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$

c) $3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$

d) $4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$

e) $6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$

RESOLUÇÃO

I. Qualquer caminho de "A" até "B" passa por 4 bifurcações e a probabilidade de cada um deles é: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

II. Existem 4 caminhos possíveis para ir de "A" até "B".

III. Representando por "E" e "D", se seguir para a esquerda e para a direita, respectivamente, os caminhos serão:

E E E D
E E D E
E D E E
D E E E

IV. A probabilidade é: $4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$

Resposta: D