Nome: ____________________ Nº: ________

Endereço: ____________________ Data: ________

Telefone: ____________ *E-mail:* ____________________

Colégio OBJETIVO

PARA QUEM CURSA A 2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO EM 2017

Disciplina:	Prova:	NOTA:
MATEMÁTICA	**DESAFIO**	

QUESTÃO 16

(ESPM) – Em um terreno de formato triangular, deseja-se construir uma casa com formato retangular. Determine **x** e **y** de modo que a área construída seja máxima:

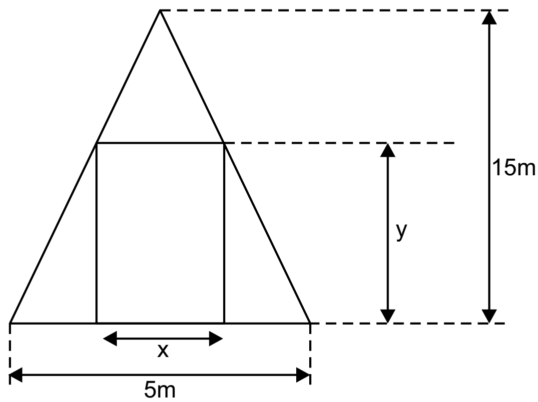
a) x = 2,5 e y = 7,5

b) x = 3 e y = 9

c) x = 4,5 e y = 10,5

d) x = 5 e y = 15

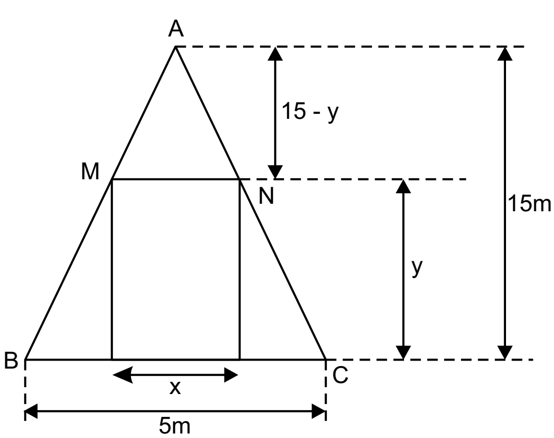
e) x = 3 e y = 10



RESOLUÇÃO

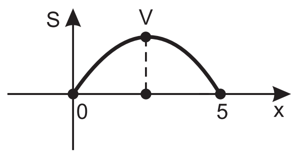
1) Os triângulos ABC a AMN são semelhantes, portanto:

$$\frac{x}{5} = \frac{15 - y}{15} \Leftrightarrow y = 15 - 3x$$



2) Se S for a área da casa, então:
$S = x \cdot y \Rightarrow S = x \cdot (15 - 3x)$

3) O gráfico de $S = x \cdot (15 - 3x)$ é do tipo:



4) A área será máxima para $x = \dfrac{0 + 5}{2} = 2,5$

5) Se $x = 2,5$ e $y = 15 - 3x$, então $y = 7,5$

Resposta: A

QUESTÃO 17

Uma função real f do 1º grau é tal que $f(0) = 1 + f(1)$ e $f(-1) = 2 - f(0)$. Então, $f(3)$ é igual a:

a) -3

b) $-\dfrac{5}{2}$

c) -1

d) 0

e) $-\dfrac{7}{2}$

RESOLUÇÃO

Se f for definida por $f(x) = ax + b$, então:

1) $f(0) = 1 + f(1) \Rightarrow b = 1 + a + b$

2) $f(-1) = 2 - f(0) \Rightarrow -a + b = 2 - b$

3) $$\begin{cases} b = 1 + a + b \\ -a + b = 2 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x + \dfrac{1}{2}$$

4) $f(3) = -3 + \dfrac{1}{2} = -\dfrac{5}{2}$

Resposta: B

QUESTÃO 18

(FGV) – Dada a expressão $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{4x - x^2}$, então:

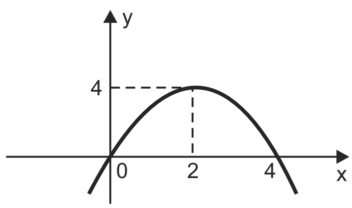
a) o maior valor da expressão é 1
b) o menor valor da expressão é 1
c) o menor valor da expressão é 1/16
d) o maior valor da expressão é 1/4
e) o menor valor da expressão é 1/4

RESOLUÇÃO

1) A função exponencial base $\dfrac{1}{2}$ é estritamente decrescente.

2) Quanto maior o expoente, menor será o valor da potência.

3) O expoente $f(x) = 4x - x^2$, cujo gráfico é:



assume o máximo valor possível 4 (quando x = 2).

4) O menor valor da expressão é: $\left(\dfrac{1}{2}\right)^4 = \dfrac{1}{16}$.

Resposta: C

QUESTÃO 19

(FGV) – Certo capital C aumentou em R$ 1.200,00 e, em seguida, esse montante decresceu 11%, resultando em R$ 32,00 a menos do que C. Sendo assim, o valor de C, em R$, é:

a) 9.600,00
b) 9.800,00
c) 9.900,00
d) 10.000,00
e) 11.900,00

RESOLUÇÃO

De acordo com o enunciado, devemos ter, em reais:

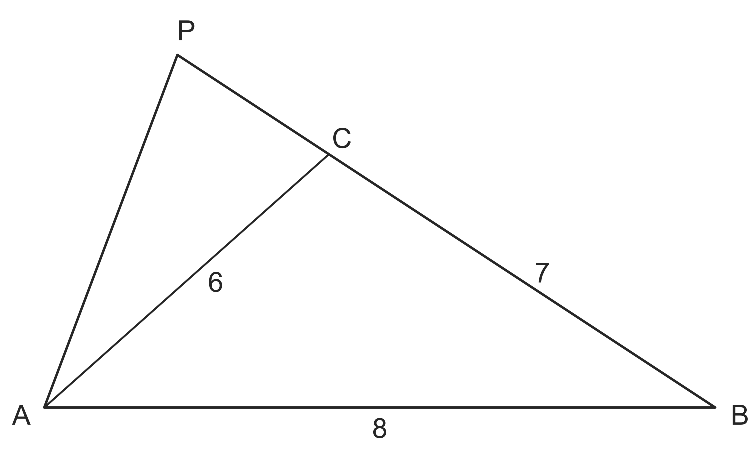
$$(c + 1200) \cdot \left(1 - \frac{11}{100}\right) = c - 32 \Leftrightarrow (c + 1200) \cdot 0{,}89 = c - 32 \Leftrightarrow 0{,}89c + 1068 = c - 32 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1100 = 0{,}11c \Leftrightarrow c = 10000$$

Resposta: D

QUESTÃO 20

No triângulo ABC, AB = 8, BC = 7, AC = 6 e o lado $\overline{BC}$ foi prolongado, como mostra a figura, até o ponto P, formando-se o triângulo PAB, semelhante ao triângulo PCA.



O comprimento do segmento $\overline{PC}$ é:

a) 7
b) 8
c) 9
d) 10
e) 11

RESOLUÇÃO
Como os triângulos PAB e PCA são semelhantes, temos:

$$\frac{PA}{PC} = \frac{AB}{AC} = \frac{PB}{PA} \Rightarrow \frac{PA}{PC} = \frac{8}{6} = \frac{PC+7}{PA} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{PA}{PC} = \dfrac{4}{3} \\ \dfrac{PC+7}{PA} = \dfrac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{PC}{PA} = \dfrac{3}{4} \\ \dfrac{PC}{PA} + \dfrac{7}{PA} = \dfrac{4}{3} \end{cases}$$

Assim: $\frac{3}{4} + \frac{7}{PA} = \frac{4}{3} \Rightarrow PA = 12$

Como $\frac{PC}{PA} = \frac{3}{4}$**, temos:** $\frac{PC}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow PC = 9$

Resposta: C

QUESTÃO 21

Qual é a maior raiz da equação
$(0,2x - 0,6)^2 - 5 \,.\, (0,2x - 0,6) + 6 = 0$?

a) 18
b) 17
c) 15
d) 13
e) 10

RESOLUÇÃO
Fazendo-se $0,2x - 0,6 = y$, a equação se transforma em $y^2 - 5y + 6 = 0$, cujas raízes são 2 e 3.

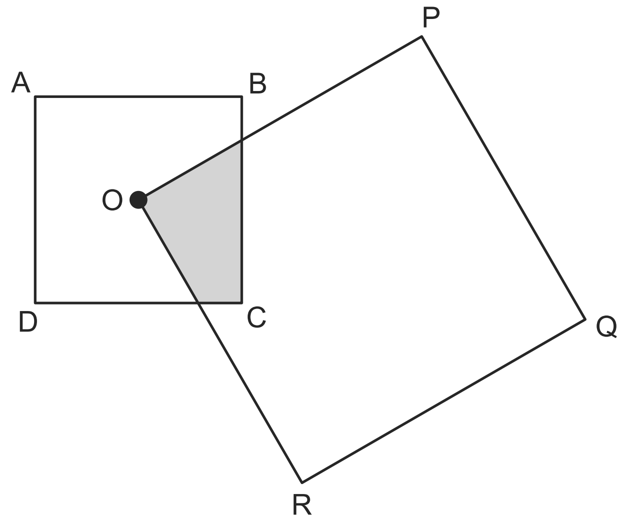
Para $y = 2$, temos:
$0,2x - 0,6 = 2 \Leftrightarrow 0,2x = 2,6 \Leftrightarrow 2x = 26 \Leftrightarrow x = 13$

Para $y = 3$, temos:
$0,2x - 0,6 = 3 \Leftrightarrow 0,2x = 3,6 \Leftrightarrow 2x = 36 \Leftrightarrow x = 18$

A maior raiz é 18.

Resposta: A

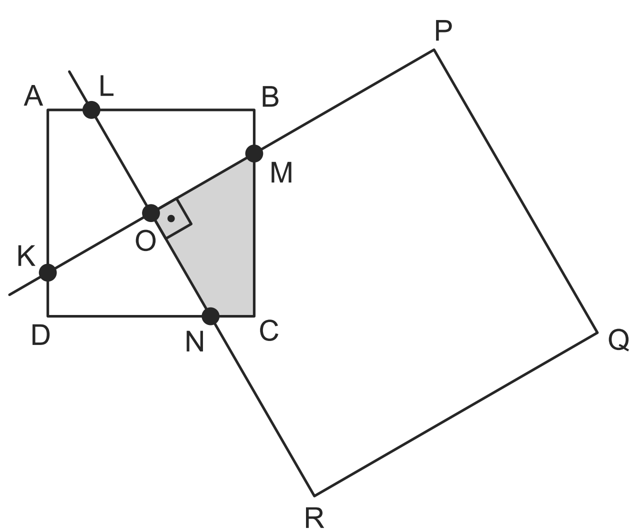
QUESTÃO 22



O quadrado ABCD da figura tem lados que medem 6cm e centro no ponto O. Os lados do quadrado OPQR medem 10cm. A área da região sombreada, comum aos dois quadrados, é de:

a) $16cm^2$
b) $14cm^2$
c) $9cm^2$
d) $6cm^2$
e) $5cm^2$

RESOLUÇÃO



Prolongando-se os lados $\overline{OR}$ e $\overline{OP}$ do quadrado OPQR, obtêm-se os pontos L e K sobre os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AD}$. Os quatro quadriláteros OMCN, ONDK, OKAL e OLBM são congruentes e têm área igual a $\dfrac{1}{4}$ da área do quadrado ABCD, ou seja, $\dfrac{6\text{ cm} \cdot 6\text{ cm}}{4} = 9\text{ cm}^2$.

Resposta: C

QUESTÃO 23

Um professor avalia o desempenho de seus alunos por meio de quatro exames, sendo que o primeiro tem peso um, o segundo tem peso dois, o terceiro tem peso três e o quarto tem peso quatro. Sabendo-se que um aluno obteve nota 4 no primeiro exame, nota 5 no segundo exame, nota 6 no terceiro exame e obteve média final igual a 7,2, podemos concluir que esse aluno obteve, no quarto exame, nota:

a) 10,0
b) 9,6
c) 9,0
d) 8,4
e) 8,0

RESOLUÇÃO

$$\frac{1 \, . \, 4 + 2 \, . \, 5 + 3 \, . \, 6 + 4 \, . \, x}{1 + 2 + 3 + 4} = 7{,}2 \Leftrightarrow 32 + 4x = 72 \Leftrightarrow 4x = 40 \Leftrightarrow x = 10$$

Resposta: A

QUESTÃO 24

Se três escavadeiras retiram 1.800 m^3 de terra de um lote a cada oito horas, então o número de escavadeiras necessário para se retirar 25.200 m^3 de terra desse lote, em quarenta e oito horas, é:

a) 4 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

RESOLUÇÃO

Escavadeiras	Volume (m^3)	Tempo (h)
3	1 800	8
↑	↑	↓
x	25 200	48

$$\frac{3}{x} = \frac{1\,800}{25\,200} \, . \, \frac{48}{8} \Leftrightarrow \frac{3}{x} = \frac{18 \, . \, 6}{252} \Leftrightarrow x = 7$$

Resposta: C

QUESTÃO 25

Dois modelos de carros similares, mas de marcas concorrentes, foram avaliados segundo alguns critérios e obtiveram os seguintes resultados:

Quesito	Peso do quesito	Nota obtida	
		Marca X	Marca Y
Espaço interno	1	10	8
Manutenção	2	5	7
Consumo de combustível	3	7	5
Preço	4	8	10

De acordo com essa avaliação e considerando que a nota final foi calculada pela média ponderada:

a) a marca **X** obteve nota final igual a 7,3.
b) a marca **X** obteve nota final igual a 7,4.
c) a marca **Y** obteve nota final igual a 7,5.
d) a marca **Y** obteve nota final igual a 7,6
e) as marcas **X** e **Y** obtiveram a mesma nota final: 6,0.

RESOLUÇÃO

A nota da marca "X" foi:

$$\frac{1 \,.\, 10 + 2 \,.\, 5 + 3 \,.\, 7 + 4 \,.\, 8}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{73}{10} = 7{,}3$$

A nota da marca "Y" foi:

$$\frac{1 \,.\, 8 + 2 \,.\, 7 + 3 \,.\, 5 + 4 \,.\, 10}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{77}{10} = 7{,}7$$

Resposta: A

QUESTÃO 26

Sabendo-se que 1.º de janeiro de 1995 foi um domingo, então 1.º de janeiro de 2004 foi:

a) segunda-feira
b) terça-feira
c) quarta-feira
d) quinta-feira
e) sexta-feira

RESOLUÇÃO:

I. Um ano não bissexto tem 52 semanas e 1 dia:

$$\begin{array}{l|l} \mathbf{365} & \mathbf{7} \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{52} \end{array}$$

II. Um ano bissexto tem 52 semanas e 2 dias:

$$\begin{array}{l|l} \mathbf{366} & \mathbf{7} \\ \hline \mathbf{2} & \mathbf{52} \end{array}$$

III.

Ano	**1995**	**1996**	**1997**	**1998**	**1999**	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**
1.º de janeiro	**Dom**	**Seg**	**Qua**	**Qui**	**Sex**	**Sáb**	**Seg**	**Ter**	**Qua**	**Qui**

Resposta: D

QUESTÃO 27

Num certo jogo de azar, apostando-se uma quantia **x**, tem-se uma das duas possibilidades a seguir:

I. perde-se a quantia **x** apostada;

II. recebe-se a quantia **2x**, além do **x** apostado.

Uma pessoa jogou 21 vezes da seguinte maneira: na 1.ª vez, apostou 1 centavo; na 2.ª vez, apostou 2 centavos; na 3.ª vez, apostou 4 centavos e assim por diante, apostando, em cada vez, o dobro do que havia apostado na vez anterior. Nas 20 primeiras vezes, ela perdeu. Na 21.ª vez, ela ganhou.
Comparando-se a quantia total **T** perdida e a quantia **Q** lucrada, tem-se **Q** igual a:

a) $\dfrac{T}{2}$

b) 2T
c) 2(T + 1)
d) T + 1
e) T + 2

RESOLUÇÃO

I. $T = 1 + 2 + 4 + \ldots 2^{19} = \dfrac{1 \,.\, (2^{20} - 1)}{2 - 1} = 2^{20} - 1$

II. $Q = 2 \,.\, 2^{20}$

III. $Q = 2 \,.\, [\underbrace{2^{20} - 1} + 1] = 2\,[T + 1]$

Resposta: C

QUESTÃO 28

Em 1905, Ernest Rutherford relacionou a radioatividade com a desintegração atômica, possibilitando a determinação da idade de rochas. As substâncias radioativas, como tório, urânio e plutônio, desintegram-se de maneira espontânea até chegarem a uma substância estável. O número de átomos, ou seja, a massa da substância diminui com o tempo. A meia-vida de uma substância radioativa é o tempo necessário para que a massa se reduza à metade.

Após t anos, a partir de uma quantidade $\mathbf{N_0}$, o número **N** de átomos de uma substância de meia-vida **T** é dado por $N = N_0 \,.\, e^{\frac{-t\log_e 2}{T}}$. Considere que uma amostra de minério contenha 1 átomo de um elemento cuja meia-vida é de 690 milhões de anos e que inicialmente houvesse 30 átomos.

Dados: $\log_e 2 = 0{,}69$, $\log_e 3 = 1{,}10$ e $\log_e 10 = 2{,}30$.

A idade dessa amostra de minério é igual a:
a) 2,53 bilhões de anos
b) 1,38 bilhão de anos
c) 25,3 bilhões de anos
d) 34 bilhões de anos
e) 3,4 bilhões de anos

RESOLUÇÃO

$$1 = 30 \,.\, e^{\frac{-t\log_e 2}{690 \,.\, 10^6}} \Leftrightarrow \log_e 1 = \log_e 3 + \log_e 10 - \frac{t \,.\, \log_e 2}{690 \,.\, 10^6} \,.\, \log_e e$$

$$\Leftrightarrow 0 = 1{,}10 + 2{,}30 - \frac{t \,.\, 0{,}69}{690 \,.\, 10^6} \Leftrightarrow \frac{69 \,.\, 10^{-2}}{69 \,.\, 10^7} \,.\, t = 3{,}40 \Leftrightarrow t = 3{,}40 \,.\, 10^9$$

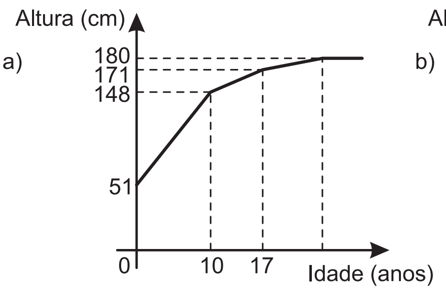
Resposta: E

QUESTÃO 29

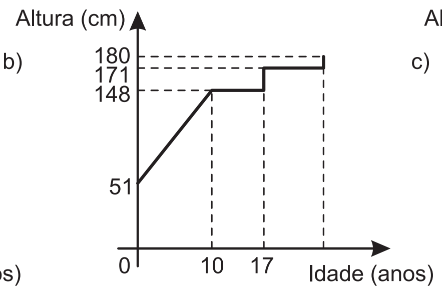
Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que, de 0 a 10 anos, a variação da sua altura se dava de forma mais rápida do que dos 10 aos 17 anos e, a partir dos 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível. Para ilustrar essa situação, esse casal fez um gráfico relacionando as alturas do filho nas idades consideradas.

Assinale o gráfico a seguir que melhor representa a altura do filho desse casal em função da idade.

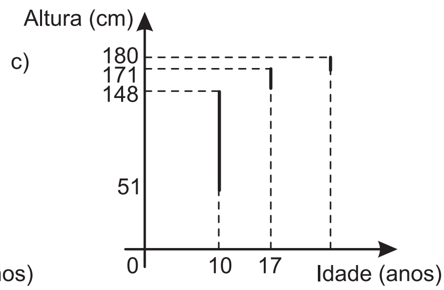
a)



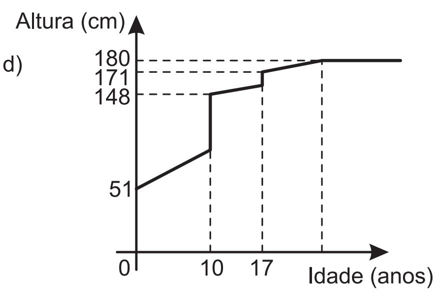
b)



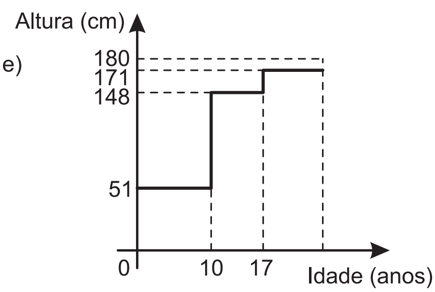
c)



d)



e)



RESOLUÇÃO

Resposta: A

QUESTÃO 30

Um satélite de telecomunicações, **t** minutos após ter atingido sua órbita, está a **r** quilômetros de distância do centro da Terra. Quando **r** assume seus valores máximo e mínimo, diz-se que o satélite atingiu o *apogeu* e o *perigeu*, respectivamente. Suponha que, para esse satélite, o valor de r em função de t seja dado por:

$$r(t) = \frac{5\,865}{1 + 0{,}15 \,.\, \cos(0{,}06t)}$$

Um cientista monitora o movimento desse satélite para controlar o seu afastamento do centro da Terra. Para isso, ele precisa calcular a soma dos valores de **r**, no *apogeu* e no *perigeu*, representada por **S**.

O cientista deveria concluir que, periodicamente, **S** atinge o valor de:

a) 12 765 km
b) 12 000 km
c) 11 730 km
d) 10 965 km
e) 5 865 km

RESOLUÇÃO:

I. $$r_{máximo} = \frac{5\,865}{1 + 0{,}15 \,.\, (-1)} = \frac{5\,865}{1 - 0{,}15} = \frac{5\,865}{0{,}85} = 6\,900$$

II. $$r_{mínimo} = \frac{5\,865}{1 + 0{,}15 \,.\, 1} = \frac{5\,865}{1 + 0{,}15} = \frac{5\,865}{1{,}15} = 5\,100$$

III. $S = r_{máximo} + r_{mínimo} = 6\,900 + 5\,100 = 12\,000$

Resposta: B