

Disciplina: **MATEMÁTICA**

Prova: **DESAFIO**

RESOLUÇÃO

PARA QUEM CURSARÁ A 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO EM 2019

QUESTÃO 16

Dois meses atrás, o prefeito de uma cidade iniciou a construção de uma nova escola. No primeiro mês, foi feito $\frac{1}{3}$ da obra e no segundo mês, mais $\frac{1}{3}$ do que faltava. Assinale a alternativa que indica a fração da obra que corresponde à parte ainda não construída da escola.

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{4}{9}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{2}{3}$

e) $\frac{5}{6}$

RESOLUÇÃO

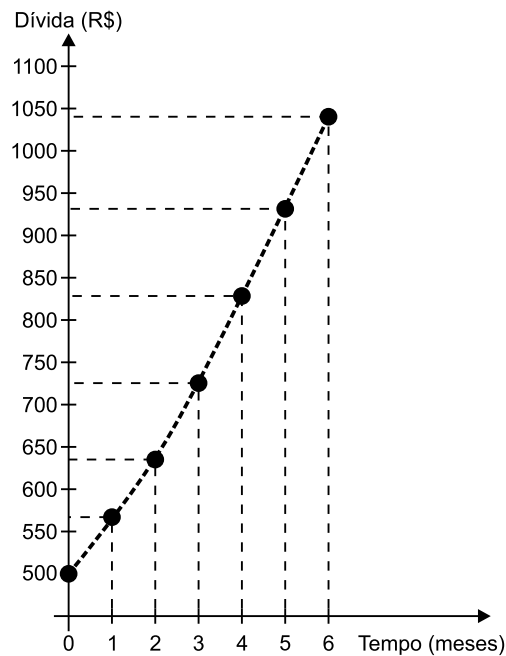
$$1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3} \right) = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$= 1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{9 - 3 - 2}{9} = \frac{4}{9}$$

Resposta: B

QUESTÃO 17

Um trabalhador possui um cartão de crédito que, em determinado mês, apresenta o saldo devedor a pagar no vencimento do cartão, mas não contém parcelamentos a acrescentar em futuras faturas. Nesse mesmo mês, o trabalhador é demitido. Durante o período de desemprego, o trabalhador deixa de utilizar o cartão de crédito e também não tem como pagar as faturas, nem a atual nem as próximas, mesmo sabendo que, a cada mês, incidirão taxas de juros e encargos por conta do não pagamento da dívida. Ao conseguir um novo emprego, já completados 6 meses de não pagamento das faturas, o trabalhador procura renegociar sua dívida. O gráfico a seguir mostra a evolução do saldo devedor.



Com base no gráfico, podemos constatar que o saldo devedor inicial, a parcela mensal de juros e a taxa de juros são:

- a) R\$ 500,00; constante e inferior a 10% ao mês.
- b) R\$ 560,00; variável e inferior a 10% ao mês.
- c) R\$ 500,00; variável e superior a 10% ao mês.
- d) R\$ 560,00; constante e superior a 10% ao mês.
- e) R\$ 500,00; variável e inferior a 10% ao mês.

RESOLUÇÃO

- I. A parcela inicial é de R\$ 500,00.
- II. A parcela mensal de juros aumenta a cada mês, pois os juros são incorporados à dívida.
- III. Se a taxa de juros fosse 10%, após um mês a dívida deveria ser $500 + 50 = 550$. Pelo gráfico, a dívida é maior que 550 e, portanto, a taxa é maior que 10%.

Resposta: C

QUESTÃO 18

No Brasil, o direito à participação nos lucros das empresas está previsto na Constituição de 1988, artigo 7.º, inciso XI. Admita que uma empresa, em 2006, dividiu, igualmente entre seus 500 funcionários, 15% de seus lucros e que cada um recebeu por isso R\$ 1200,00. Em 2007, estavam previstos um lucro 10% maior do que o de 2006 e um aumento de 20% no número de funcionários. Se o percentual a ser dividido em 2007 foi o mesmo de 2006 e confirmando-se a previsão, quanto cada funcionário recebeu?

- a) R\$ 1000,00
- b) R\$ 1050,00
- c) R\$ 1200,00
- d) R\$ 1100,00
- e) R\$ 1020,00

RESOLUÇÃO

I. Se L foi o lucro em 2006, então:

$$\frac{15\% \cdot L}{500} = 1200 \Leftrightarrow L = 4\,000\,000$$

II. O lucro, em 2007, foi:

$$1,1 \cdot 4\,000\,000 = 4\,400\,000$$

III. O número de funcionários, em 2007, era:

$$1,2 \cdot 500 = 600$$

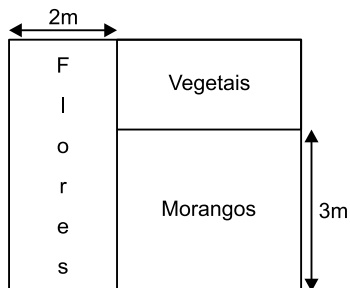
IV. Cada funcionário, em 2007, recebeu:

$$\frac{15\% \cdot 4\,400\,000}{600} = \frac{15 \cdot 4\,400\,000}{60\,000} = \frac{15 \cdot 440}{6} = 1\,100$$

Resposta: D

QUESTÃO 19

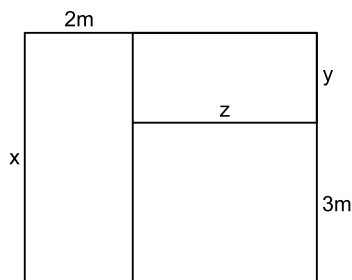
No diagrama a seguir pode-se ver um jardim retangular da família Almeida. O jardim tem 30 m^2 de área e está dividido em três canteiros retangulares para flores, vegetais e morangos. Um dos lados do canteiro das flores mede 2 m e a sua área é de 10 m^2 . Um dos lados do canteiro dos morangos mede 3 m .



Qual é a área do canteiro destinado aos vegetais?

- a) 4 m^2
- b) 6 m^2
- c) 8 m^2
- d) 10 m^2
- e) 12 m^2

RESOLUÇÃO



I. $x \cdot (2 \text{ m}) = 10 \text{ m}^2 \Leftrightarrow x = 5 \text{ m}$

II. $3 \text{ m} + y = 5 \text{ m} \Leftrightarrow y = 2 \text{ m}$

III. $10 \text{ m}^2 + (5 \text{ m}) \cdot z = 30 \text{ m}^2 \Leftrightarrow z = 4 \text{ m}$

IV. A área do canteiro destinada aos vegetais é:

$$y \cdot z = (2 \text{ m}) \cdot (4 \text{ m}) = 8 \text{ m}^2$$

Resposta: C

QUESTÃO 20

O folheto a seguir apresenta o tempo de decomposição de materiais usualmente jogados nos rios, nos lagos e no mar.

 <p>PAPEL DE 3 A 6 MESES</p>	 <p>NYLON MAIS DE 30 ANOS</p>
 <p>PANO DE 6 MESES A UM ANO</p>	 <p>PLÁSTICO MAIS DE 100 ANOS</p>
 <p>FILTRO DO CIGARRO 5 ANOS</p>	 <p>METAL MAIS DE 100 ANOS</p>
 <p>CHICLE 5 ANOS</p>	 <p>BORRACHA TEMPO INDETER- MINADO</p>
 <p>MADEIRA PINTADA 13 ANOS</p>	 <p>VIDRO 1 MILHÃO DE ANOS</p>

(Folheto de divulgação do Dia Mundial do Meio Ambiente, CREA - RJ, junho de 2002.)

Podemos afirmar que a razão mínima entre o tempo de decomposição, em anos, de uma lata de metal e o de uma garrafa de vidro é de, aproximadamente:

- a) 10^{-4}
- b) 10^{-1}
- c) 10^0
- d) 10^1
- e) 10^2

RESOLUÇÃO

$$\frac{100}{1000000} = \frac{10^2}{10^6} = 10^{-4}$$

Resposta: A

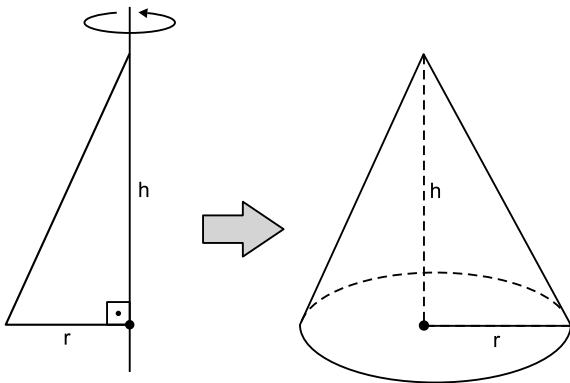
QUESTÃO 21

Se um sólido geométrico pode ser obtido a partir da rotação de um polígono em torno de um de seus lados, ele é chamado de "sólido de revolução".

Supondo-se r e h positivos, e $r \neq h$, pode-se afirmar que um cone circular reto, cuja altura mede h e o raio da base mede r :

- a) pode ser gerado a partir de um triângulo qualquer, girando em torno de qualquer um de seus lados.
- b) pode ser gerado a partir de um triângulo retângulo de catetos medindo h e r , girando em torno do cateto de medida r .
- c) pode ser gerado a partir de um triângulo equilátero de lados medindo h , girando em torno de qualquer um de seus lados.
- d) pode ser gerado a partir de um triângulo retângulo de catetos medindo h e r , girando em torno do cateto de medida h .
- e) não é um sólido de revolução.

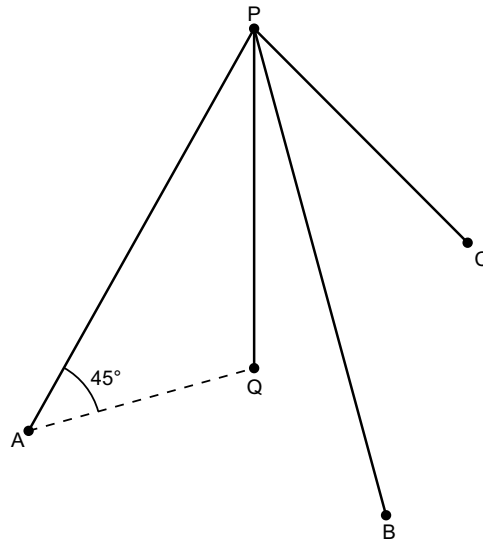
RESOLUÇÃO



Resposta: D

QUESTÃO 22

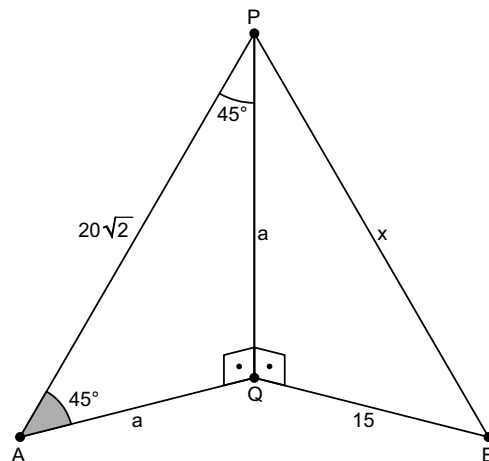
Um mastro vertical (**PQ**), localizado num terreno plano, é sustentado por três cabos de aço (**PA**, **PB** e **PC**). O cabo **PA** mede $20\sqrt{2}$ metros, a distância **BQ** é igual a 15 metros e o ângulo $\widehat{P\hat{A}Q}$ mede 45° .



Nessas condições, o cabo **PB** mede, em metros:

- a) $15\sqrt{2}$ b) 20 c) $20\sqrt{2}$ d) 25 e) $25\sqrt{2}$

RESOLUÇÃO



Se a e x , em metros, forem as medidas de \overline{PQ} e \overline{PB} , respectivamente, então:

I. No triângulo retângulo isósceles **AQP**, temos:

$$a^2 + a^2 = (20\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow a^2 = 400 \Leftrightarrow a = 20.$$

II. No triângulo retângulo **PQB**, temos:

$$a^2 + 15^2 = x^2 \Rightarrow 20^2 + 15^2 = x^2 \Leftrightarrow x^2 = 625 \Leftrightarrow x = 25.$$

Resposta: D

QUESTÃO 23

Maria, Ana e Clara foram juntas a uma feira livre para comprar frutas e escolheram fazer a compra na mesma barraca. A tabela mostra a quantidade, em kg, dos produtos comprados e o valor pago por cada uma delas.

	Mamão (kg)	Banana (kg)	Maça (kg)	Valor total da compra
Maria	2	3	1	R\$ 17,00
Ana	1	2	2	R\$ 14,00
Clara	1	1	1	R\$ 9,00

O valor do kg, em reais, do mamão, da banana e da maçã foram, respectivamente:

- a) 2,00, 3,00 e 4,00
- b) 3,00, 2,00 e 4,00
- c) 3,00, 4,00 e 2,00
- d) 4,00, 2,00 e 3,00
- e) 4,00, 3,00 e 2,00

RESOLUÇÃO

Se x , em reais, for o preço de 1 kg de mamão; b , o da banana e m , o de maçã, então:

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2x + 3b + m = 17 \\ x + 2b + 2m = 14 \\ x + b + m = 9 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3x + 5b + 3m = 31 \\ -3x - 3b - 3m = -27 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$\text{De II e III, temos } b + m = 5 \Rightarrow 2 + m = 5 \Rightarrow m = 3$$

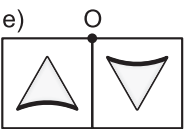
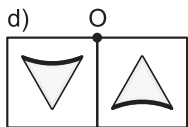
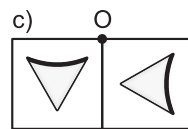
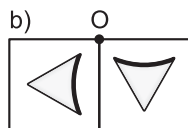
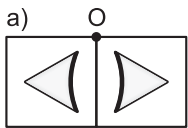
$$\text{Em III: } x + 2 + 3 = 9 \Rightarrow x = 4$$

Resposta: D

QUESTÃO 24

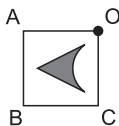
A piscina da casa de Roberto vai ser decorada com azulejos. Em cada uma das 5 figuras que se seguem, estão representados dois azulejos.

Em qual delas o azulejo da direita é imagem do azulejo da esquerda, por meio de uma rotação, com centro no ponto O, de amplitude 90° , no sentido anti-horário (sentido contrário ao dos ponteiros do relógio)?

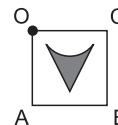


RESOLUÇÃO:

I) Figura da esquerda:



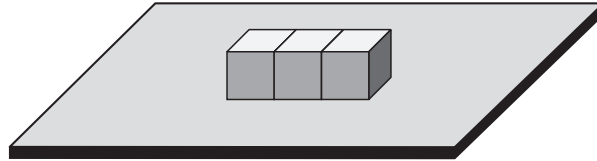
II) Figura da direita após giro de 90° no sentido anti-horário:



Resposta: B

QUESTÃO 25

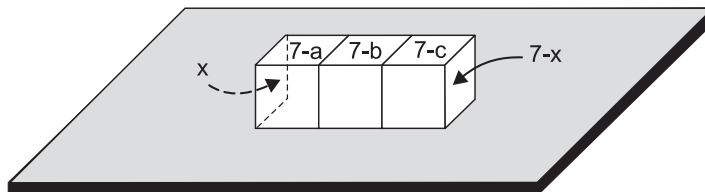
Em um dado comum, a soma dos números de pontos desenhados em quaisquer duas faces opostas é sempre igual a 7. Três dados comuns e idênticos são colados por faces com o mesmo número de pontos. Em seguida, os dados são colados sobre uma mesa não transparente, como mostra a figura.



Sabendo-se que a soma dos números de pontos de todas as faces livres é igual a 36, a soma dos números de pontos das três faces que estão em contato com a mesa é igual a

- a) 13
- b) 14
- c) 15
- d) 16
- e) 18

RESOLUÇÃO



Sejam:

- a) a , b e c os números marcados nas faces que estão em contato com a mesa;
- b) $7 - a$, $7 - b$, $7 - c$ os números marcados nas faces superiores dos três dados;
- c) x o número da face lateral esquerda do dado da esquerda e $7 - x$ o número da face lateral direita do primeiro dado, que é também o da face lateral esquerda do 2º dado;
- d) x , analogamente, é o número da face lateral comum do 2º e do 3º dado;
- e) $7 - x$ é o número da face lateral direita do terceiro dado.
- f) $7 + 7 + 7 = 21$ é a soma dos números das três faces da frente com as três faces de trás.

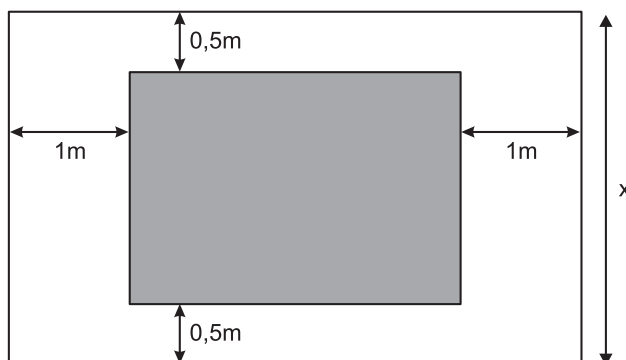
$$\text{Assim: } (x + 7 - x) + 7 + 7 + 7 + (7 - a) + (7 - b) + (7 - c) = 36 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7 + 21 + 21 - (a + b + c) = 36 \Leftrightarrow a + b + c = 49 - 36 \Leftrightarrow a + b + c = 13$$

Resposta: A

QUESTÃO 26

Na praça principal de uma vila será inaugurado um mural retangular. No projeto ilustrado na figura, o mural está representado pelo retângulo maior, e a tapeçaria pelo retângulo menor, sombreado; x representa a medida, em metros, de um dos lados do mural. Cada um dos lados da tapeçaria ficará paralelo a dois dos lados do mural, com margens de 0,5 m e de 1 m, como a figura seguinte ilustra. O mural terá 26 m de perímetro.



Considerando $1 < x < 11$, a área da tapeçaria, em metros quadrados, e o perímetro, em metros, valem respectivamente:

- a) $x^2 - 11x - 12$ e 12
- b) $x^2 - 12x - 11$ e 20
- c) $-x^2 - 11x - 12$ e 12
- d) $-x^2 + 12x - 11$ e 20
- e) $-x^2 - 12x - 11$ e 10

RESOLUÇÃO

Sendo x (indicado) e y as dimensões do mural, já que o perímetro é de 26 m, temos:

$$2x + 2y = 26 \Leftrightarrow x + y = 13 \Leftrightarrow y = 13 - x$$

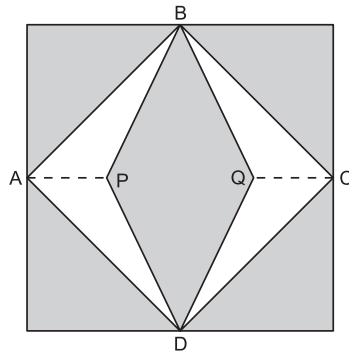
Portanto, de acordo com a figura, as dimensões da tapeçaria são, em metros, $x - 0,5 - 0,5 = x - 1$ e $y - 1 - 1 = y - 2 = 13 - x - 2 = 11 - x$

Assim, a área da tapeçaria, em m^2 , é $A = (x - 1)(11 - x) = -x^2 + 12x - 11$, e o perímetro é $2x - 2 + 22 - 2x = 20$.

Resposta: D

QUESTÃO 27

Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou a colocação de vitrais compostos de quadrados com 1m de lado, conforme a figura a seguir.

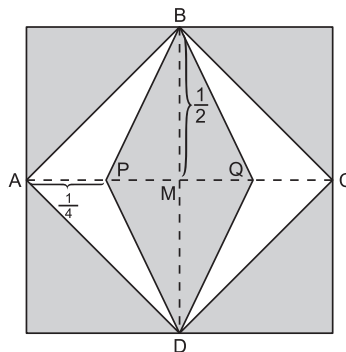


Nessa figura, os pontos A, B, C e D são pontos médios dos lados do quadrado e os segmentos AP e QC medem $\frac{1}{4}$ da medida do lado do quadrado. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa R\$ 30,00 o m^2 , e outro para a parte mais clara (regiões ABPDA e BCDQB), que custa R\$ 50,00 o m^2 .

De acordo com esses dados, qual é o custo dos materiais usados na fabricação de um vitral?

- a) R\$ 22,50 b) R\$ 35,00 c) R\$ 40,00 d) R\$ 42,50 e) R\$ 45,00

RESOLUÇÃO



Sendo M o centro do quadrado de lado 1 m, temos:

- I) A área da região mais clara S_C , em m^2 , é igual a quatro vezes a área do triângulo APB.

$$S_C = 4 \cdot \left(\frac{AP \cdot MB}{2} \right) = 4 \cdot \left(\frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}}{2} \right) = \frac{1}{4} m^2$$

- II) A área da região sombreada S_S , em m^2 , é igual à área do quadrado menos S_C .

$$S_S = 1^2 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} m^2$$

Logo, o custo C na fabricação desse vitral será: $C = \frac{3}{4} \cdot \text{R\$ } 30,00 + \frac{1}{4} \cdot \text{R\$ } 50,00$

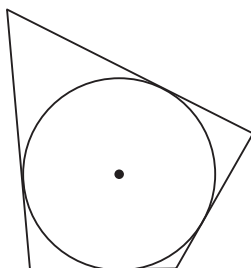
$$C = \text{R\$ } 35,00$$

Resposta: B

QUESTÃO 28

Na figura a seguir, os lados do quadrilátero são tangentes ao círculo e a medida do perímetro do quadrilátero é $\frac{5}{\pi}$ vezes a medida do perímetro do círculo.

Por que valor deve ser multiplicada a medida da área do círculo para se obter a medida da área do quadrilátero?



a) 2π

b) $4\pi^2$

c) 5π

d) $\frac{5}{\pi}$

e) $\frac{25}{\pi^2}$

RESOLUÇÃO

I. Se P_Q e P_C forem os perímetros do quadrilátero e do círculo de raio R , respectivamente, então:

$$P_Q = \frac{5}{\pi} \cdot P_C \Leftrightarrow \frac{P_Q}{P_C} = \frac{5}{\pi}$$

II. A área S_Q do quadrilátero é:

$$S_Q = \frac{P_Q \cdot R}{2}$$

III. A área S_C do círculo de raio R é:

$$S_C = \pi R^2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot R}{2} = \frac{P_C \cdot R}{2}$$

$$\text{III) } \frac{S_Q}{S_C} = \frac{P_Q}{P_C} = \frac{5}{\pi} \Leftrightarrow S_Q = \frac{5}{\pi} \cdot S_C$$

Resposta: D

QUESTÃO 29

Gonçalo preencheu as casas de uma grelha de dimensões 3 x 3 com número naturais, de tal modo que a soma dos números em cada quadrado de dimensões 2 x 2 é 10. Ana apagou cinco dos números escritos por Gonçalo, ficando a grelha como se mostra na figura a seguir.

	2	
1		3
	4	

Qual dos valores seguintes pode ser igual à soma dos cinco números apagados por Ana

- a) 9
- b) 10
- c) 12
- d) 13
- e) 14

RESOLUÇÃO

Observando o quadrado formado pelas duas últimas linhas e pelas duas últimas colunas, temos as seguintes possibilidades:

	2	
1	3	3
	4	0

 ou

	2	
1	0	3
	4	3

 ou

	2	
1	1	3
	4	2

 ou

	2	
1	2	3
	4	1

Completando os demais temas:

4	2	2
1	3	3
2	4	0

 ou

7	2	5
1	0	3
5	4	3

 ou

6	2	4
1	1	3
4	4	2

 ou

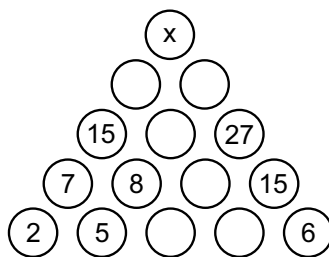
5	2	3
1	2	3
3	4	1

A soma dos 5 números apagados é 11 ou 20 ou 17 ou 14.

Resposta: E

QUESTÃO 30

Observe a figura a seguir.



Que número deve substituir x se o diagrama for preenchido com números naturais, de acordo com a regra sugerida na própria figura?

- a) 32
- b) 50
- c) 55
- d) 82
- e) 100

RESOLUÇÃO

I. Regra sugerida na própria figura: cada número é a soma dos dois números vizinhos da linha de baixo.

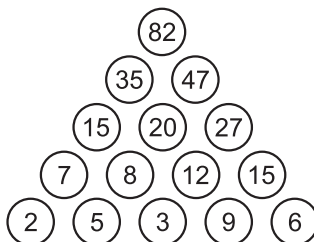


II. O quarto número da quinta linha é 9, pois $9 + 6 = 15$.

III. O terceiro número da quarta linha é 12, pois $12 + 15 = 27$.

IV. O terceiro número da quinta linha é 3, pois $3 + 9 = 12$.

V. Os demais números são obtidos de modo análogo, de baixo para cima.



Resposta: D