Nome: ______________________________ Nº: ________

Endereço: ______________________________ Data: ________

Telefone: ____________ *E-mail:* ______________________________

Colégio OBJETIVO

PARA QUEM CURSA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM 2017

Disciplina: MATEMÁTICA	Prova: DESAFIO	NOTA:

QUESTÃO 16

A metade dos dias decorridos, desde o início do ano até hoje, é igual à terça parte dos dias que ainda faltam para o término desse mesmo ano. Sabendo que este ano tem 365 dias e que fevereiro tem, portanto, 28 dias, pode-se concluir que hoje é:

a) 14 de abril
b) 10 de junho
c) 26 de maio
d) 15 de junho
e) 21 de maio

RESOLUÇÃO

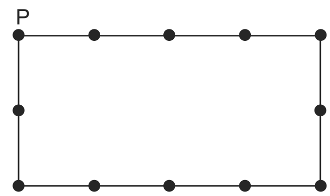
Se x for o número de dias decorridos, desde o início do ano até hoje, então 365 – x é o número de dias que faltam para o término desse mesmo ano.
Assim sendo:

$$\frac{x}{2} = \frac{365 - x}{3} \Leftrightarrow 3x = 730 - 2x \Leftrightarrow 5x = 730 \Leftrightarrow x = 146$$

Hoje é, portanto, o 146º dia do ano.
Somando os 31 dias de janeiro, com os 28 dias de fevereiro, os 31 dias de março e os 30 dias de abril, obtemos 120 dias.
Hoje é, portanto, 26 de maio, pois 146 – 120 = 26.
Resposta: C

QUESTÃO 17

(OBMEP-Adaptado) – Jorge passeia por um caminho em forma de retângulo, onde estão dispostas doze árvores com 5 m de distância entre duas consecutivas, conforme representado na figura. Jorge brinca de tocar cada árvore durante seu passeio.

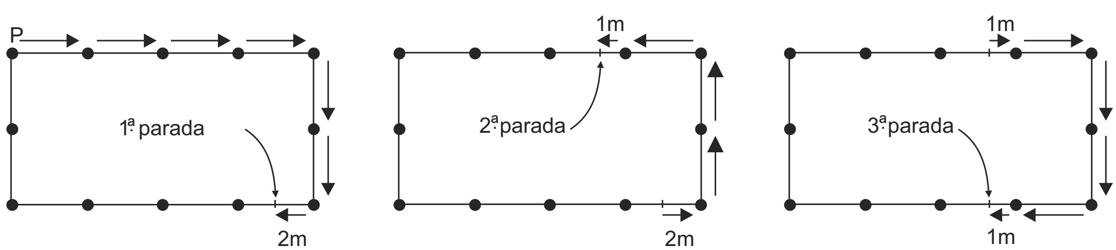


Primeiro ele toca a árvore do canto, assinalada por P na figura, e percorre 32 m num mesmo sentido; então ele volta 18 m e depois torna a andar para frente mais 22 m. Em quantas árvores ele toca?

a) 18
b) 17
c) 16
d) 15
e) 14

RESOLUÇÃO

Caminhando 32 m, no início ele toca em 7 árvores e para a 2 m da última que tocou. Voltando 18 m, ele toca em 4 árvores e para a 1 m da última que tocou. Ao retornar os 22 m ele toca em 5 árvores e para a 1 m da última que tocou.



7 + 4 + 5 = 16 árvores

Se a caminhada iniciar em sentido anti-horário Jorge também tocará em 16 árvores.

Resposta: C

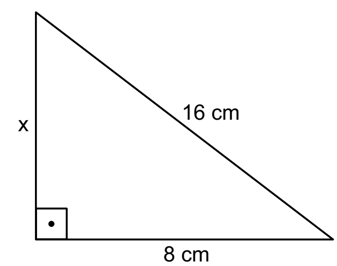
QUESTÃO 18

Num triângulo retângulo o lado oposto ao ângulo reto mede 16cm e um dos catetos mede 8cm. Então a medida do outro cateto corresponde a um número:

a) inteiro
b) irracional
c) racional
d) primo
e) quadrado perfeito

RESOLUÇÃO

O lado oposto ao ângulo reto, num triângulo retângulo, é a hipotenusa desse triângulo. Assim.



Aplicando o teorema de Pitágoras temos que:

$16^2 = 8^2 + x^2$

$256 = 64 + x^2$

$192 = x^2$

$x = \pm \sqrt{192}$

$x = \pm 8\sqrt{3}$

$x = 8\sqrt{3}$ pois $x > 0$ e $8\sqrt{3}$ é um número irracional.

Resposta: B

QUESTÃO 19

Se $x = -(-3)^3 - (2^2)^3$ e $y = (-2)^3 - (-3)^2 - (-5)^0 + (-2)^4$, então y – x é um número:

a) Primo
b) Par e múltiplo de 5
c) Ímpar e divisor de 70
d) Múltiplo de 3
e) Ímpar e divisor de 5

RESOLUÇÃO

Resolvendo as expressões apresentadas temos:

$x = -(-3)^3 - (2^2)^3$ $\qquad$ $y = (-2)^3 - (-3)^2 - (-5)^0 + (-2)^4$

$x = -(-27) - 2^6$ $\qquad$ **e** $\qquad$ $y = -8 - (+9) - (+1) + (+16)$

$x = 27 - 64$ $\qquad$ $y = -8 - 9 - 1 + 16$

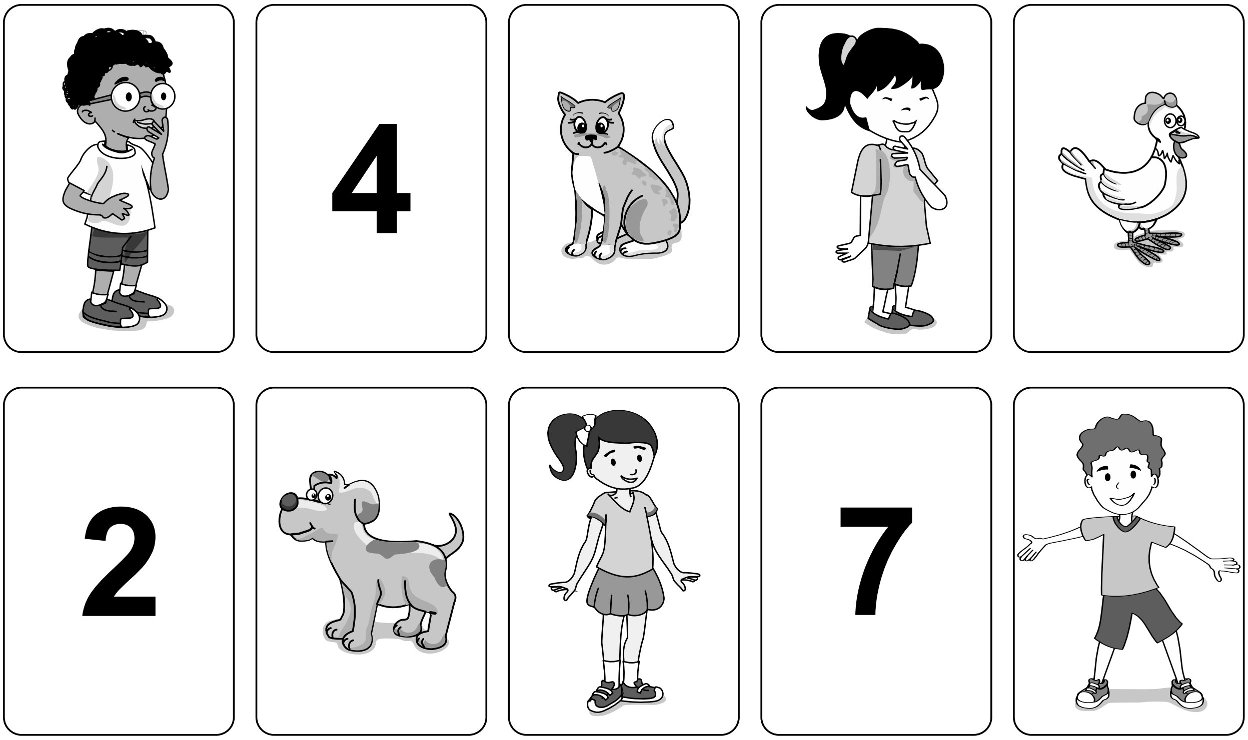
$x = -37$ $\qquad$ $y = -2$

Então $y - x = -2 - (-37) \Leftrightarrow y - x = -2 + 37 \Leftrightarrow y - x = 35$, que é ímpar e divisor de 70.

Resposta: C

QUESTÃO 20

(SARESP) – As cartas abaixo serão colocadas numa caixa e uma será retirada ao acaso. A probabilidade de a carta retirada ter a figura de uma pessoa é



a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{2}{5}$

e) $\frac{1}{2}$

RESOLUÇÃO

Nas cartas temos 3 figuras de animais e 4 figuras de pessoas, mais três cartas numeradas, num total de 10 cartas.

Assim a probabilidade da carta retirada ao acaso, ser de uma pessoa é de:

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Resposta: D

QUESTÃO 21

Se $(x - y)^2 - (x + y)^2 = 20$, então x . y é igual a

a) um número inteiro positivo.

b) um número natural par.

c) um número natural ímpar e primo.

d) um número inteiro negativo.

e) um número natural múltiplo de 5.

RESOLUÇÃO

Resolvendo a expressão temos que:

$$(x - y)^2 - (x + y)^2 = 20 \Leftrightarrow (x^2 - 2xy + y^2) - (x^2 + 2xy + y^2) = 20 \Leftrightarrow$$

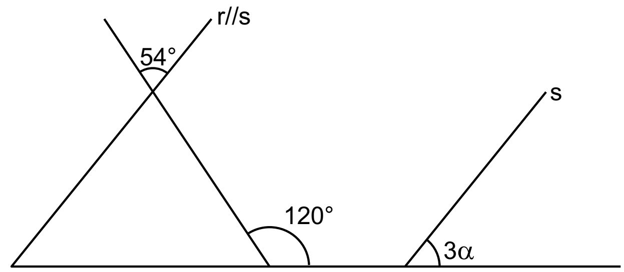
$$\Leftrightarrow \cancel{x^2} - 2xy + \cancel{y^2} - \cancel{x^2} - 2xy - \cancel{y^2} = 20 \Leftrightarrow -4xy = 20 \Leftrightarrow 4xy = -20 \Leftrightarrow xy = -5$$

que é inteiro e negativo.

Resposta: D

QUESTÃO 22

Se r//s, então a medida de α é:



a) 40°

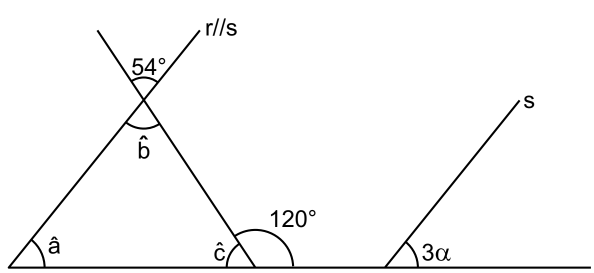
b) 32°

c) 30°

d) 25°

e) 22°

RESOLUÇÃO



Se r//s, então $\hat{a}$ e 3α são ângulos correspondentes, assim $\hat{a} = 3\alpha$

$\hat{c} = 180° - 120° \Leftrightarrow \hat{c} = 60°$, pois $\hat{c}$ e 120° são ângulos suplementares. Os ângulos $\hat{b}$ e 54° são opostos pelo vértice e, portanto $\hat{b} = 54°$.

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, temos:

$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180 \Leftrightarrow 3\alpha + 54° + 60° = 180° \Leftrightarrow 3\alpha = 66° \Leftrightarrow \alpha = 22°$

Resposta: E

QUESTÃO 23

Se numa empresa com 1500 empregados, 35% são mulheres, então a quantidade de homens que trabalham na empresa é

a) 525
b) 625
c) 975
d) 1025
e) 1350

RESOLUÇÃO

Se 35% dos empregados dessa empresa são mulheres então 65% são homens, pois 100% – 35% = 65%
Como 65% de 1500 = 0,65 . 1500 = 975, nessa empresa trabalham 975 homens.
Resposta: C

QUESTÃO 24

Dois produtos químicos P e Q, são usados em um laboratório. Cada 1 grama do produto P custa R$ 0,03, e cada 1 grama do produto Q custa R$ 0,05. Se 100 g de uma mistura dos dois produtos custam R$ 3,60, qual é a quantidade do produto P contido nessa mistura?

a) 70 g
b) 65 g
c) 60 g
d) 50 g
e) 30 g

RESOLUÇÃO

Sendo p e q as quantidades, em gramas, dos produtos P e Q usados na mistura, temos:

$$\begin{cases} p + q = 100 \\ 0{,}03\,p + 0{,}05\,q = 3{,}60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p + q = 100 \\ 3\,p + 5\,q = 360 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\,p - 3\,q = -300 \\ 3\,p + 5\,q = 360 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 2\,q = 60 \Rightarrow q = 30$

Se $p + q = 100$ e $q = 30$, então $p + 30 = 100 \Leftrightarrow p = 70$
Resposta: A

QUESTÃO 25

(UNIFESP) – O número de inteiros positivos que são divisores do número $N = 21^4 \times 35^3$, inclusive 1 e N, é:

a) 84
b) 86
c) 140
d) 160
e) 162

RESOLUÇÃO

Decompondo em fatores primos os números 21 e 35, temos que:
$21 = 3 \cdot 7$ e $35 = 5 \cdot 7$

Então $21^4 \times 35^3 = (3 \cdot 7)^4 \cdot (5 \cdot 7)^3 = 3^4 \cdot 7^4 \cdot 5^3 \cdot 7^3 = 3^4 \cdot 5^3 \cdot 7^7$. Somando-se uma unidade aos expoentes e multiplicando os resultados obtidos, teremos:
$(4 + 1) \cdot (3 + 1) \cdot (7 + 1) = 5 \cdot 4 \cdot 8 = 160$ que é a quantidade de divisores naturais de N.
Resposta: D

QUESTÃO 26

(SARESP-Adaptado) – Um laboratório embalou 156 comprimidos de analgésico em duas caixas, uma com duas cartelas de x comprimidos cada e outra com quatro cartelas de y comprimidos cada. Sabendo-se que y é o quadrado de x, quantos comprimidos havia em cada cartela?

a) 4 e 16
b) 5 e 25
c) 6 e 36
d) 7 e 49
e) 8 e 64

RESOLUÇÃO

Montando-se um sistema com os dados do problema temos:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 156 & \text{(I)} \\ y = x^2 & \text{(II)} \end{cases}$$

Substituindo y na equação (I), temos:

$$2x + 4x^2 = 156 \Leftrightarrow 4x^2 + 2x - 156 = 0$$

Usando a fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \,.\, a \,.\, c}}{2 \,.\, a} \text{, resulta:}$$

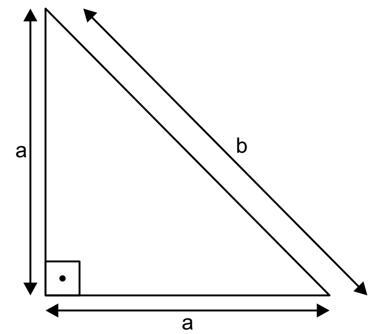
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \,.\, 4 \,.\, (-156)}}{2 \,.\, 4} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2500}}{8}$$

$$x = \frac{-2 \pm 50}{8} \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = \dfrac{-13}{2} \end{cases}$$

x = 6, pois x é inteiro e positivo.
Se $y = x^2$ e x = 6, então y = 36
Resposta: C

QUESTÃO 27

Observe a figura:



Se a = 6 então $\dfrac{b^2}{a}$ será igual a:

a) $\dfrac{1}{5}$ de 75.

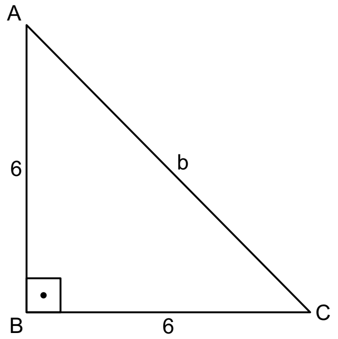
b) $\dfrac{1}{4}$ de 64.

c) $\dfrac{2}{3}$ de 15.

d) $\dfrac{1}{3}$ de 36.

e) $\dfrac{3}{4}$ de 12.

RESOLUÇÃO



Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo ABC, temos:

$\mathbf{b^2 = 6^2 + 6^2}$

$\mathbf{b^2 = 36 + 36}$

$\mathbf{b^2 = 72 \Rightarrow b = \sqrt{72}}$**, pois b > 0**

Assim $\mathbf{\dfrac{b^2}{a} = \dfrac{(\sqrt{72}\,)^2}{6} = \dfrac{72}{6} = 12 = \dfrac{1}{3} \,.\, 36}$

Resposta: D

QUESTÃO 28

(FUVEST-SP) – Sejam **a** e **b**, respectivamente, o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum de 360 e 300. Então o produto **a . b** vale:

a) $2^4 . 3^4 . 5^3$
b) $2^5 . 3^2 . 5^2$
c) $2^6 . 3^4 . 5^2$
d) $2^6 . 3^3 . 5^2$
e) $2^5 . 3^3 . 5^3$

RESOLUÇÃO

Decompondo-se em fatores primos 360 e 300, temos:

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$\mathbf{360 = 2^3 . 3^2 . 5}$ $\qquad$ $\mathbf{300 = 2^2 . 3 . 5^2}$

Lembrando que o produto do máximo divisor comum pelo mínimo múltiplo comum entre dois número é o produto desses dois números, temos:

$\mathbf{a . b = mdc (300, 360) . mmc (300, 360) = 300 . 360 = 2^2 . 3 . 5^2 . 2^3 . 3^2 . 5 = 2^5 . 3^3 . 5^3}$

Resposta: E

QUESTÃO 29

Sabendo-se que **x** é um número inteiro, o valor de **x** na igualdade $x = 729^{\frac{1}{6}}$ é:

a) um número par
b) um número quadrado perfeito
c) um número ímpar que não é primo
d) um número ímpar e primo ao mesmo tempo
e) um número irracional

RESOLUÇÃO

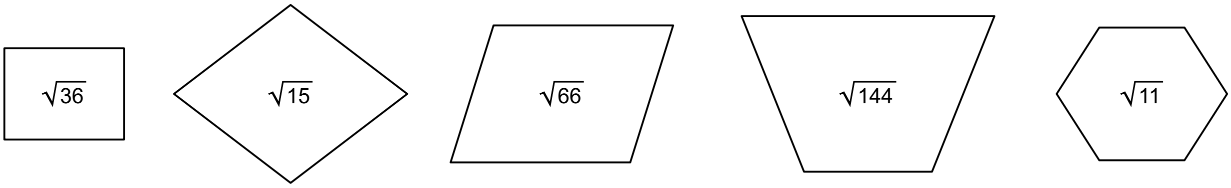
Se $\mathbf{x = 729^{\frac{1}{6}}}$ **então:**

$\mathbf{x = \sqrt[6]{729} = \sqrt[6]{3^6} = 3}$

Resposta: D

QUESTÃO 30

Dos números a seguir, os que estão compreendidos entre **4** e **10**, são:



a) todos
b) $\sqrt{11}$, $\sqrt{15}$, $\sqrt{36}$, $\sqrt{66}$
c) $\sqrt{36}$, $\sqrt{15}$ e $\sqrt{11}$
d) $\sqrt{36}$ e $\sqrt{66}$
e) $\sqrt{11}$ e $\sqrt{15}$

RESOLUÇÃO

Analisando os radicais, temos que:

$\sqrt{36} = 6$, está entre 4 e 10.

$\sqrt{15}$ está compreendida entre $\sqrt{9}$ e $\sqrt{16}$, ou seja entre 3 e 4 e, portanto, é menor que 4.

$\sqrt{66}$ está compreendido entre $\sqrt{64}$ e $\sqrt{81}$, ou seja entre 8 e 9 e, portanto, está entre 4 e 10.

$\sqrt{144} = 12$ que é maior que 10.

$\sqrt{11}$ está compreendida entre $\sqrt{9}$ e $\sqrt{16}$, ou seja entre 3 e 4 e, portanto, é menor que 4.

Assim estão entre 4 e 10, os números $\sqrt{36}$ e $\sqrt{66}$.

Resposta: D